Transferts dans les milieux polyphasiques

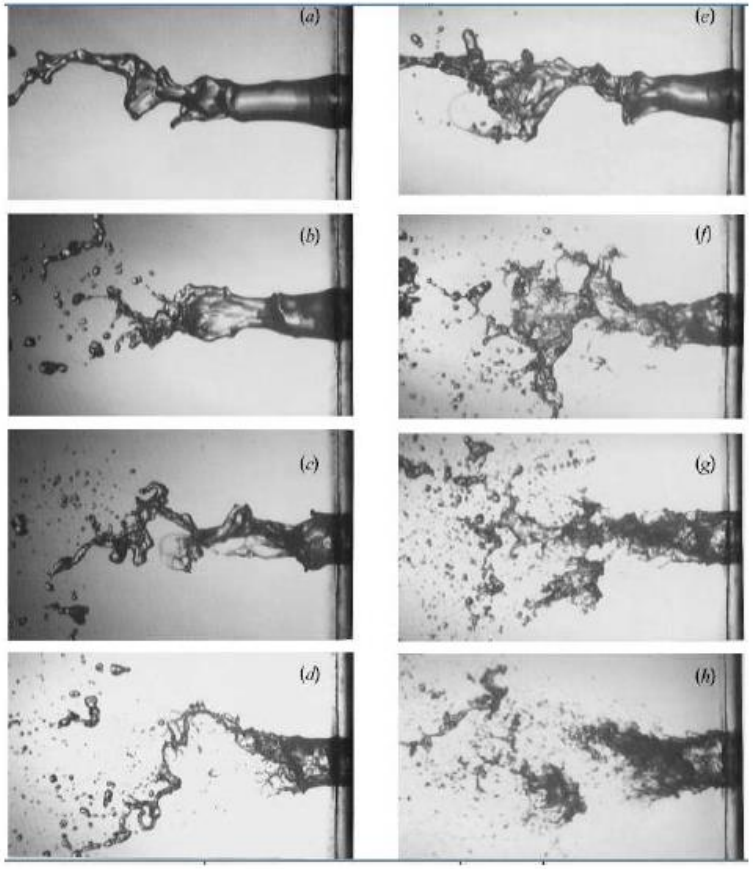
Stéphane VINCENT (Professeur - MSME)

stephane.vincent@u-pem.fr – 01 60 95 73 07

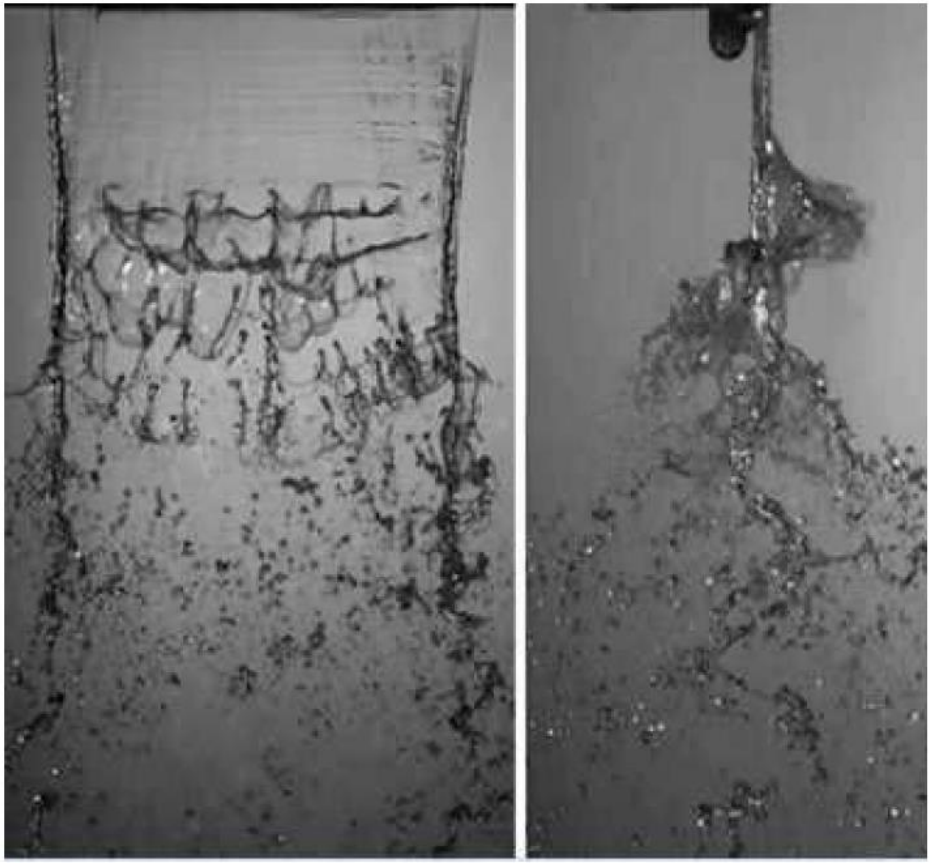
Equipe Transferts de Chaleur et de Matière (TCM)

Laboratoire Modélisation et Simulation Multi-Echelle (MSME)

Quelques illustrations



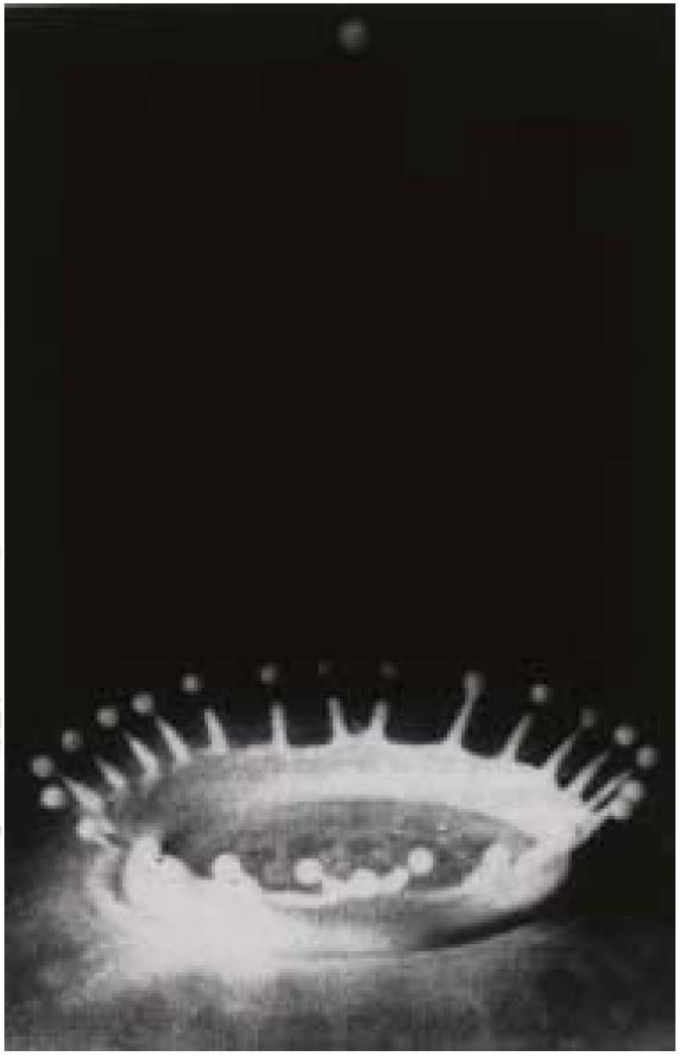
Atomisation d'un jet liquide par un écoulement d'air annulaire (Lasheras 1998)



Fragmentation de nappes liquides (expériences ONERA-CERT)

Quelques illustrations

Remplissage d'un moule par un fluide visqueux (TREFLE)

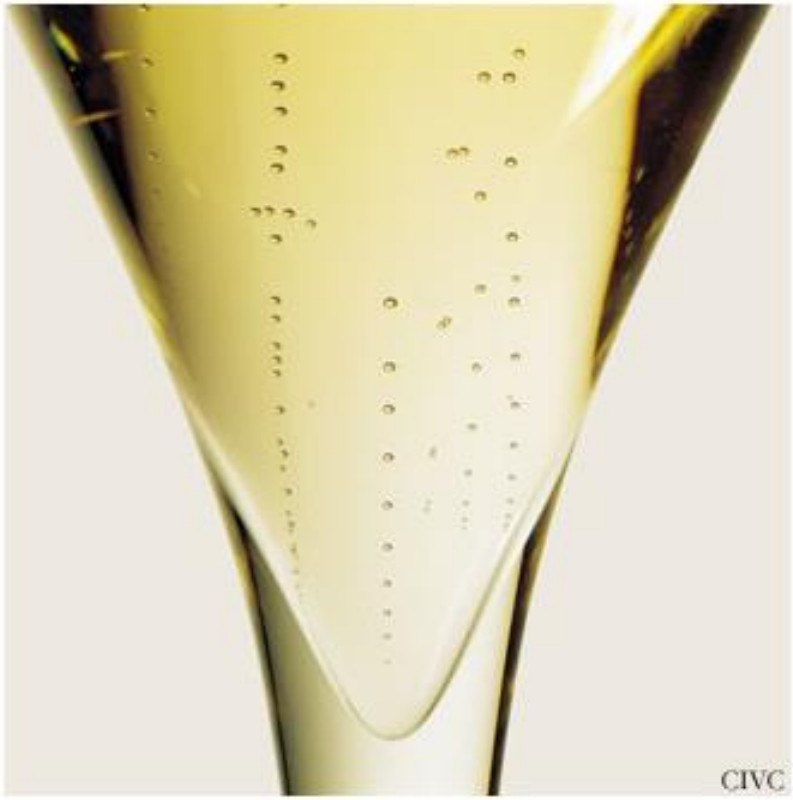


Impact d'une goutte de lait sur de l'eau (Edgerton 1939)

Quelques illustrations

Jet d'arrosage dans un jardin ou pour un champs de maïs

Quelques illustrations



Montée de bulles dans du champagne

Panache de bulles d'air dans l'eau lorsqu'un plongeur respire

Quelques illustrations

Les jets d'eau d'un fontaine à Versailles

Bulles piégées dans de la glace polaire

Quelques illustrations

Dépôts de givre sur le cockpit d'un avion

Givrage d'une pompe à chaleur

Quelques illustrations

Surface libre eau-air soumise à l'ébullition dans une casserole

Surface libre entre de l'eau et du vin dans un verre

Quelques illustrations

Gouttes d'eau sur une feuille de lotus (vue macroscopique)

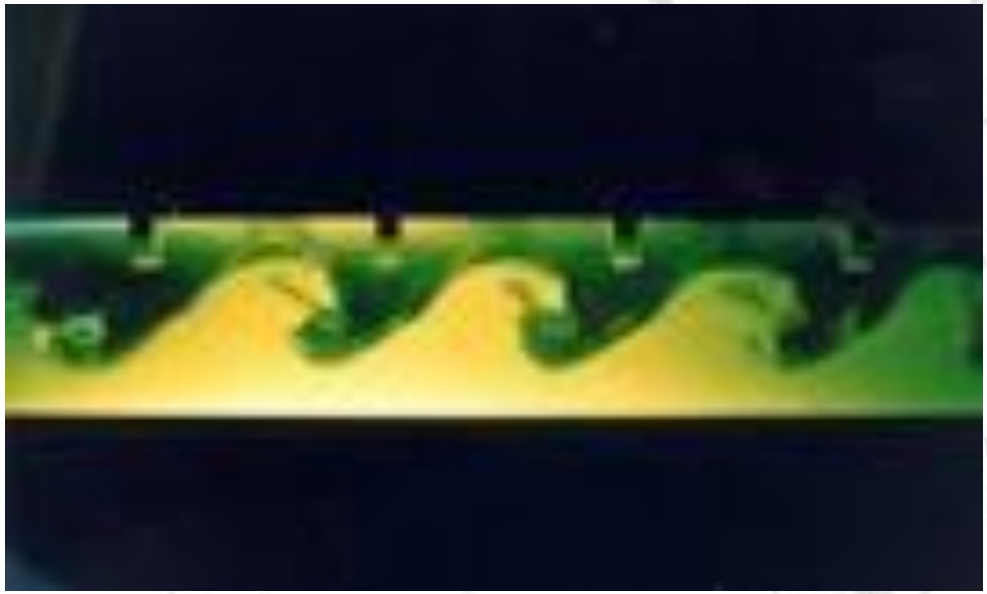
Gouttes d'eau sur une feuille de lotus (vue microscopique)

Quelques illustrations

Impact d'un goutte sur une surface
(vue en ombroscopie)

Gouttes d'eau accrochées sur une surface hydrophobe

Quelques illustrations



Instabilité de Kelvin-Helmotz
(Ladhyx)

Montée d'un liquide dans un tube capillaire

Quelques illustrations

Instabilité de Kelvin-Helmoltz dans les nuages

Instabilités en sortie d'un injecteur liquide

Quelques illustrations

Impact de gouttes d'eau

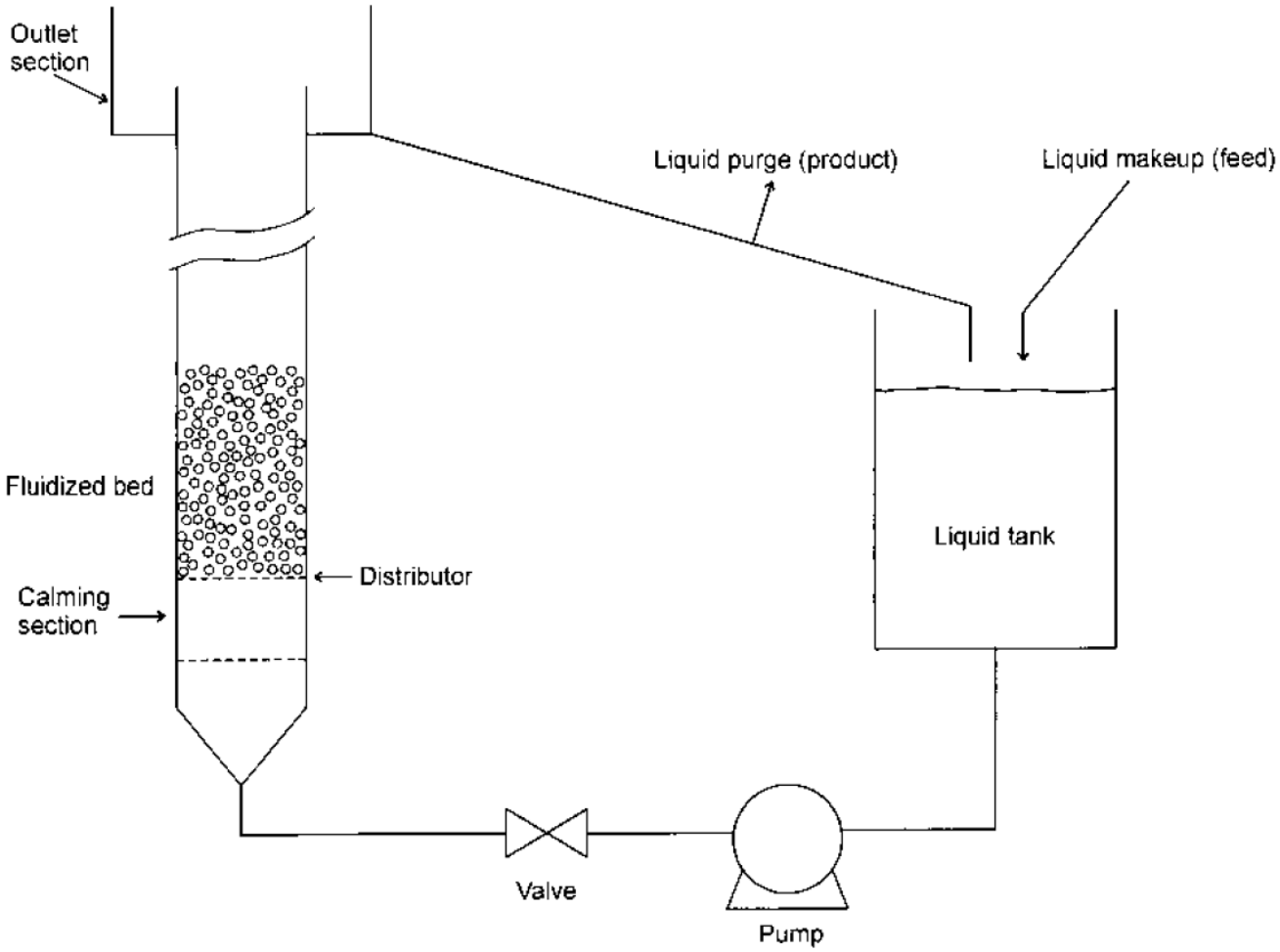
Impact d'une goutte d'eau

Quelques illustrations

Panache de vapeur d'eau (centrale de CRUAS dans l'Ardèche)

Vidange d'un barrage

Quelques illustrations



Lits fluidisés liquide-particules
(Epstein)

Quelques illustrations

Front de condensation dans le sillage d'un avion (Gay, US. Navy)

Quelques illustrations

Vue d'avion du bassin d'Arcachon

Sillage d'un bateau sur un fleuve

Quelques illustrations

Sillage d'une surfeuse passant sous la vague

Déferlement d'une vague

Quels mécanismes et phénomènes observe-t-on ?

A l'échelle de l'observateur, il existe **des lignes de séparation** (interfaces) entre différentes zones de l'écoulement.

La **structure des interfaces**, pour un même couple de fluide (eau-air par exemple), peut être très différente selon le problème ou l'échelle spatio-temporelle considérée.

La **gamme des échelles interfaciales** peut varier fortement à grande échelle (fragmentation ou atomisation d'un jet) et être parfaitement contrôlée à petite échelle (gouttelette).

Les problèmes diphasiques sont rencontrés dans **la plupart des domaines d'activités et d'application**, qu'il s'agisse de propulsion, d'environnement, de mise en forme de matériaux, de production d'énergie ou d'agroalimentaire.

Equipe Transferts de Chaleur et de Masse (TCM) du laboratoire Modélisation et Simulation Multi Echelle (MSME)

Simulation numérique d'écoulements diphasiques

M.A. Chadil, E. Chénier, V. Le Chenadec, X. Nicolas, M. Ould-Rouiss, C. Selçuc, B. Trouette, S. Vincent, + doctorants et post-doctorants

L'équipe développe des **modèles et des méthodes numériques Volume Fini + dynamique moléculaire pour les écoulements anisothermes, et en particulier diphasiques**.

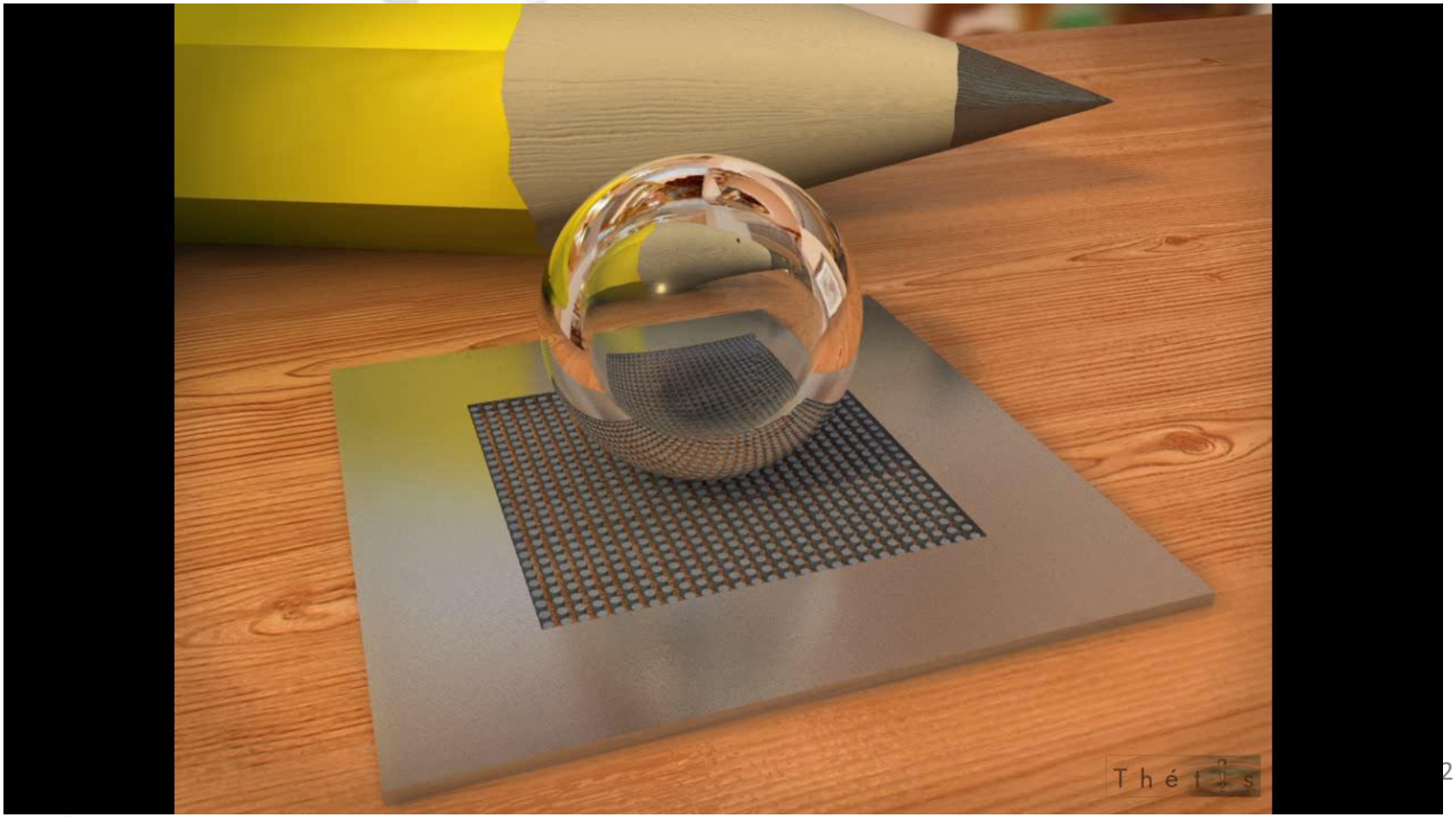
Les domaines d'application sont les **matériaux** (sidérurgie, polymères, projection plasma), la **propulsion terrestre** (automobile), **aéronautique** (moteurs d'avion) et **spatiale** (moteurs Ariane), l'énergie (pompes à chaleur, éoliennes), **l'environnement** (retraitement des déchets, pollution des sols, lits fluidisés, météorologie, vagues, érosion des côtes).

Equipe Transferts de Chaleur et de Masse (TCM) du laboratoire Modélisation et Simulation Multi Echelle (MSME)

Simulation numérique d'écoulements diphasiques

Equipe Transferts de Chaleur et de Masse (TCM) du laboratoire Modélisation et Simulation Multi Echelle (MSME)

Simulation numérique d'écoulements diphasiques



Equipe Transferts de Chaleur et de Masse (TCM) du laboratoire Modélisation et Simulation Multi Echelle (MSME)

Simulation numérique d'écoulements diphasiques

Objectifs du cours

L'objectif de cet enseignement est de présenter les différentes **caractéristiques physiques spécifiques aux écoulements diphasiques** (interfaciaux, surface libre, particulaires) telles que la tension de surface, le changement de phase, la coalescence et la rupture d'interface, l'interaction entre des particules en écoulement,…

Ce module vise également à présenter les **typologies d'écoulements diphasiques** (écoulements à bulles, à gouttes, en nappe, jets, …) et à donner un panorama des **modèles milieux continus** dédiés à la modélisation des écoulements diphasiques par des approches lagrangiennes, eulériennes ou mixtes, déterministes ou statistiques.

L'utilisation des différents modèles en fonction des échelles spatio-temporelles des **problèmes industriels et des applications visées** sera précisée et justifiée. On abordera également le **traitement numérique** des modèles et les spécificités liées aux caractère diphasique des écoulements.

Plan du cours

- **Caractéristiques physiques** spécifiques des écoulements diphasiques : notion d'interface, tension superficielle, mouillabilité, ligne triple, émulsions, tensio-actifs, changement de phase, similitude et analyse dimensionnelle

- **Typologie des écoulements diphasiques** : écoulements à bulle, à gouttes, particulaires, films, jets, ressauts, surfaces libres

- **Modélisation milieu continu** des écoulements diphasiques : modèles discontinus, modèle 1-fluide, modèle de Saint-Venant, modèle Euler-Euler, modèle Euler-Lagrange, modélisation de la turbulence, rhéologie

- **Méthodes numériques volumes finis** : suivi d'interface, tensions de surface, turbulence, solveurs

- **Choix des modèles par rapport aux applications** : surfaces libres, rupture de barrage, déferlement, jets turbulents, lits fluidisés, plasma

- **Exercices et résolution de problèmes réels** : Poiseuille diphasique, Couette diphasique, rupture de barrage, impact de gouttes, films, stabilité de jets

Références du cours

- **Hydrodynamique physique**, E. Guyon, J.-P. Hulin, L. Petit, EDP Sciences, CNRS éditions

- **Ecoulements diphasiques**, J. Fabre, D. Legendre, cours de l'ENSEIIT

- **Mécanique des fluides**, H. Broch, Université Nice-Sophia Antipolis

- **Fundamentals of multiphase flows**, C. Brennen, Cambridge University Press

- **Bubbles, drops and particles**, R. Clift, J.R. Grace, M.E. Weber, Academic Press

- **Handbook of fluidization and fluid-particle systems**, W.C. Yang, Taylor and Francis

- Thèses, post-docs, HDR, …

Caractéristiques physiques des écoulements diphasiques

Notion d'interface

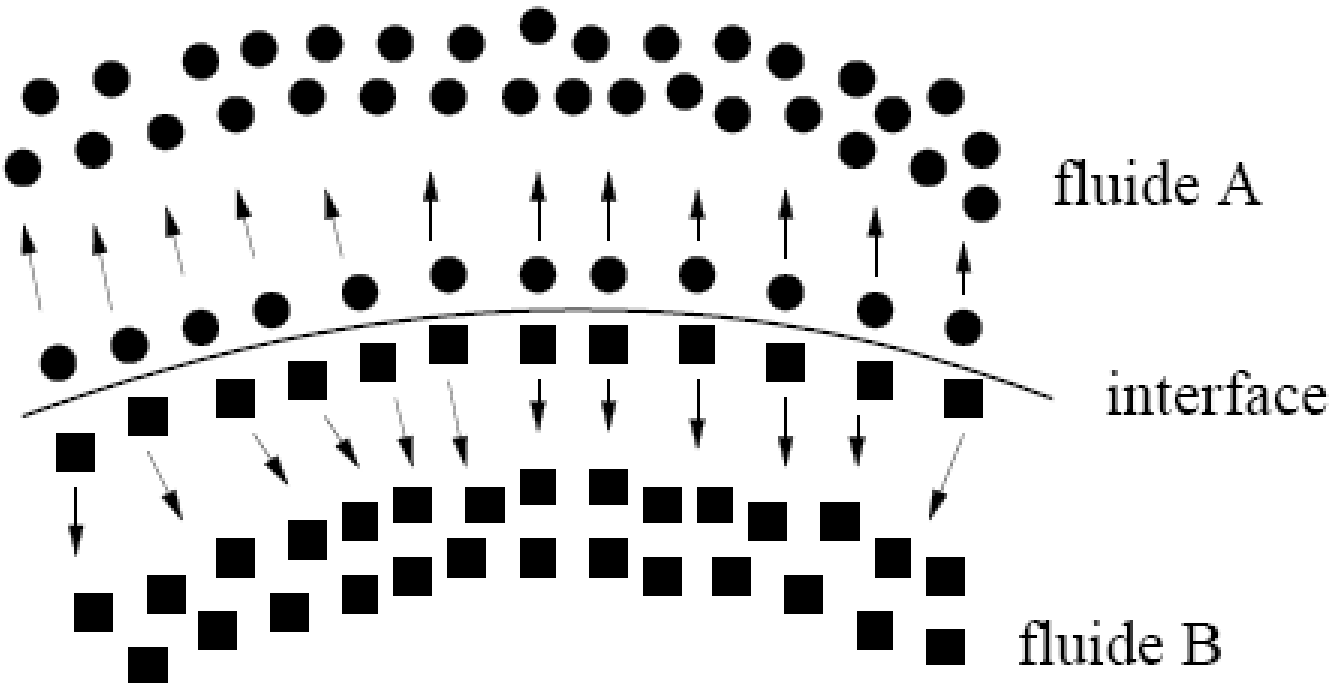
- **Expériences de Poisson (1831) et Maxwell (1876) :** les propriétés physiques des fluides subissent des variations continues au travers des interfaces. Ces transitions s'effectuent sur une distance de quelques épaisseurs moléculaires (quelques Angström = 10^{-10} m).

- **Exemple d'un verre d'eau** : on se concentre sur l'interface entre l'air et l'eau. Dans la masse d'eau à l'intérieur du verre suffisamment loin de l'interface eau-air, on ne trouve que des molécules d'eau H_2O. Au dessus de l'eau liquide, on trouve de la vapeur d'eau, des molécules d'azote N_2 et d'oxygène O_2 et quelques traces d'autres molécules.

- **Dynamique moléculaire de l'interface** : sous la surface, les molécules d'eau de la phase liquide sont en agitation constante. Elles peuvent donc être éjectées dans la phase gazeuse lorsqu'elle sont heurtées significativement. Ainsi, l'eau liquide disparaît sur des temps longs et s'évapore. Le phénomène inverse se produit également lorsque qu'une molécule de vapeur d'eau heurte la surface de l'eau pour se retrouver piégée dans la masse d'eau.

Caractéristiques physiques des écoulements diphasiques

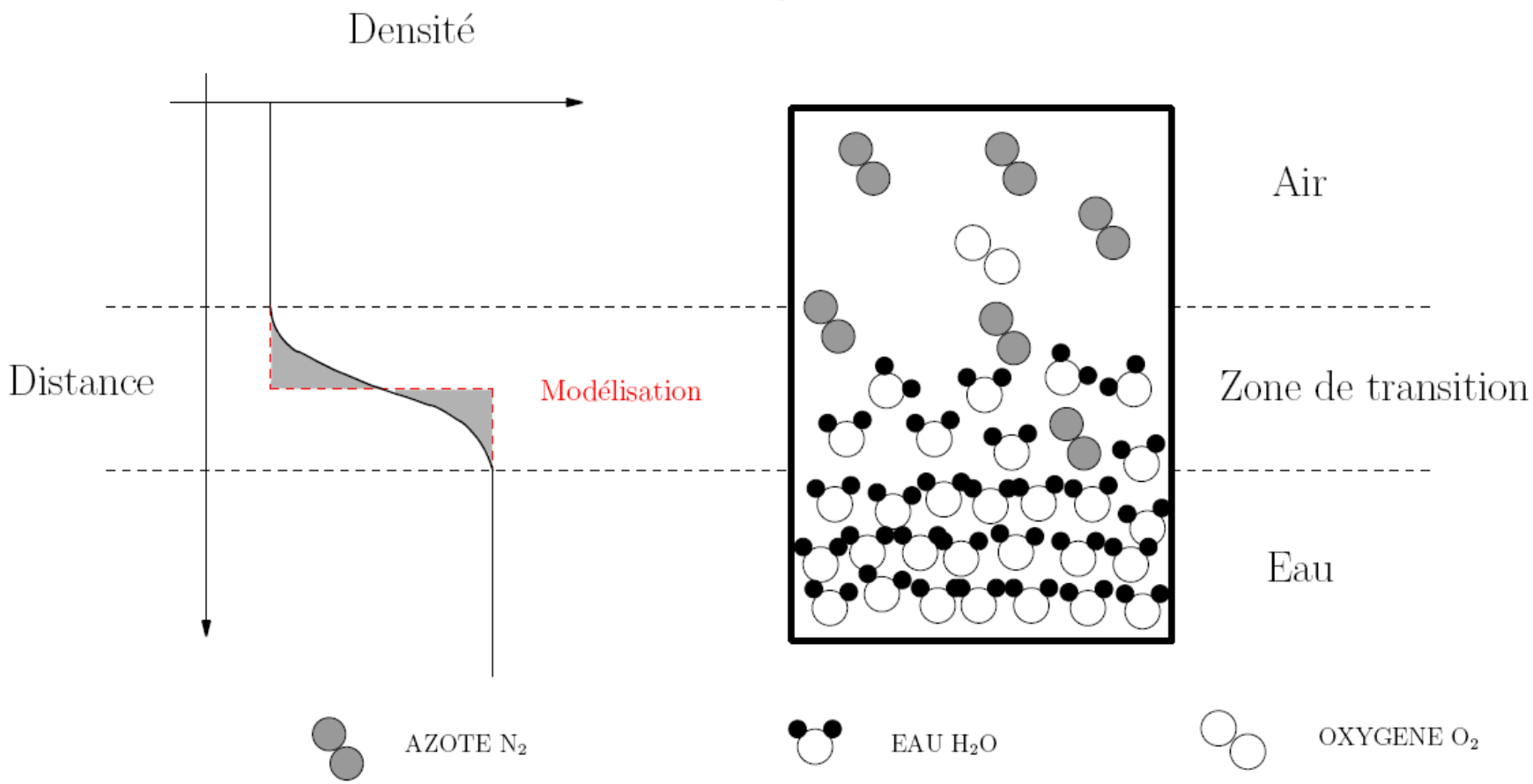
Notion d'interface



- **Structure moléculaire d'une interface:** au voisinage de l'interface, les molécules du fluide A sont naturellement attirées vers les molécules de la phase à laquelle elles appartiennent tandis que les molécules du fluide B sont attirées vers ce fluide.

Caractéristiques physiques des écoulements diphasiques

Notion d'interface

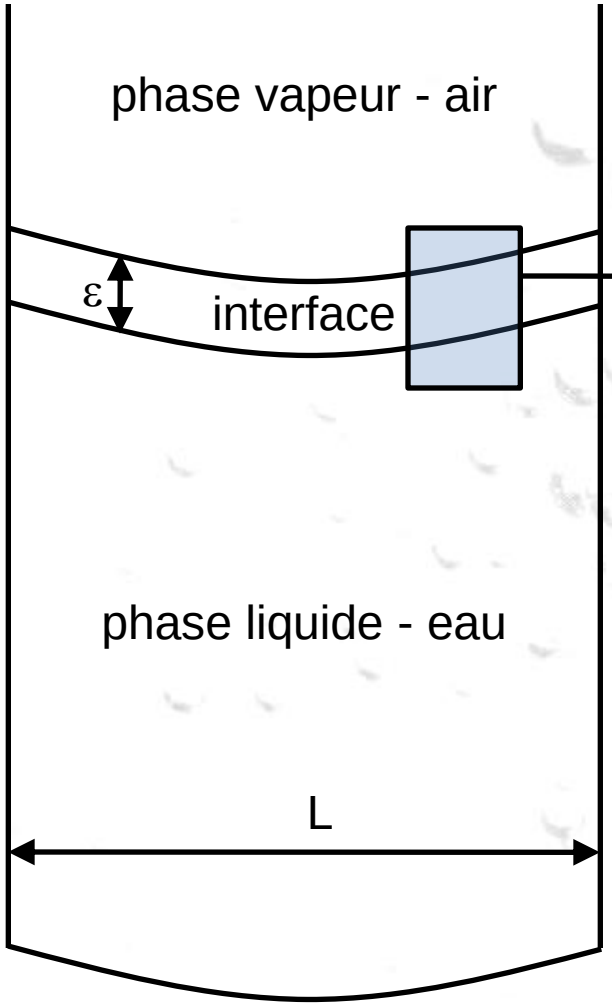


Représentation milieu continu (approche discontinue de Gibbs)

Représentation échelle moléculaire

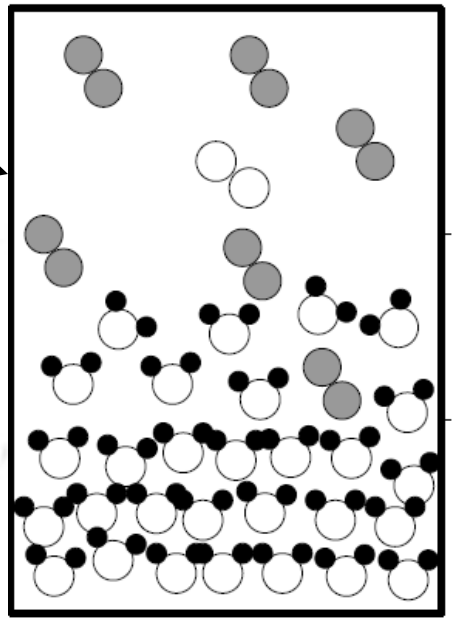
Caractéristiques physiques des écoulements diphasiques

Notion d'interface



Vue macroscopique

zoom



Volume élémentaire représentatif (VER)

- **Interface microscopique plane (zone de transition)**
- **Interface macroscopique courbe – rayon de courbure R > L**
- **L'épaisseur de l'interface ε << L -** $\varepsilon \approx 10^{-10}$m

Caractéristiques physiques des écoulements diphasiques

Notion d'interface

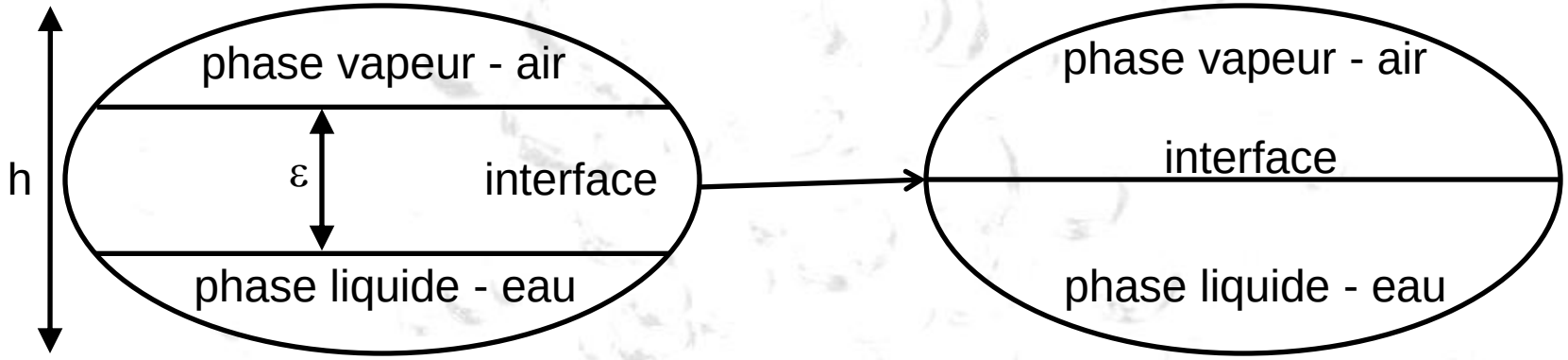
- **Volume d'une interface :** en toute rigueur, une interface possède un certain volume. Cependant, son volume est si faible que sa contribution, à l'échelle macroscopique, dans le volume total reste négligeable

- **Système fictif équivalent** : par simplicité de traitement et de modélisation, afin de définir les contributions qui dépendent du volume et de la surface de séparation entre les phases, on remplace le système réel par un système fictif équivalent ayant les mêmes propriétés thermodynamiques globales (volume, masse, énergie, …).

- **Macroscopisation** : la surface de séparation entre les phases n'est plus vue comme une zone de transition continue entre deux fluides mais comme une surface de discontinuité (interface). Le volume de la zone d'interface réelle est donc rempli dans le système fictif partiellement par une fluide et partiellement par l'autre ayant chacun le même état thermodynamique (homogénisation).

Caractéristiques physiques des écoulements diphasiques

Notion d'interface

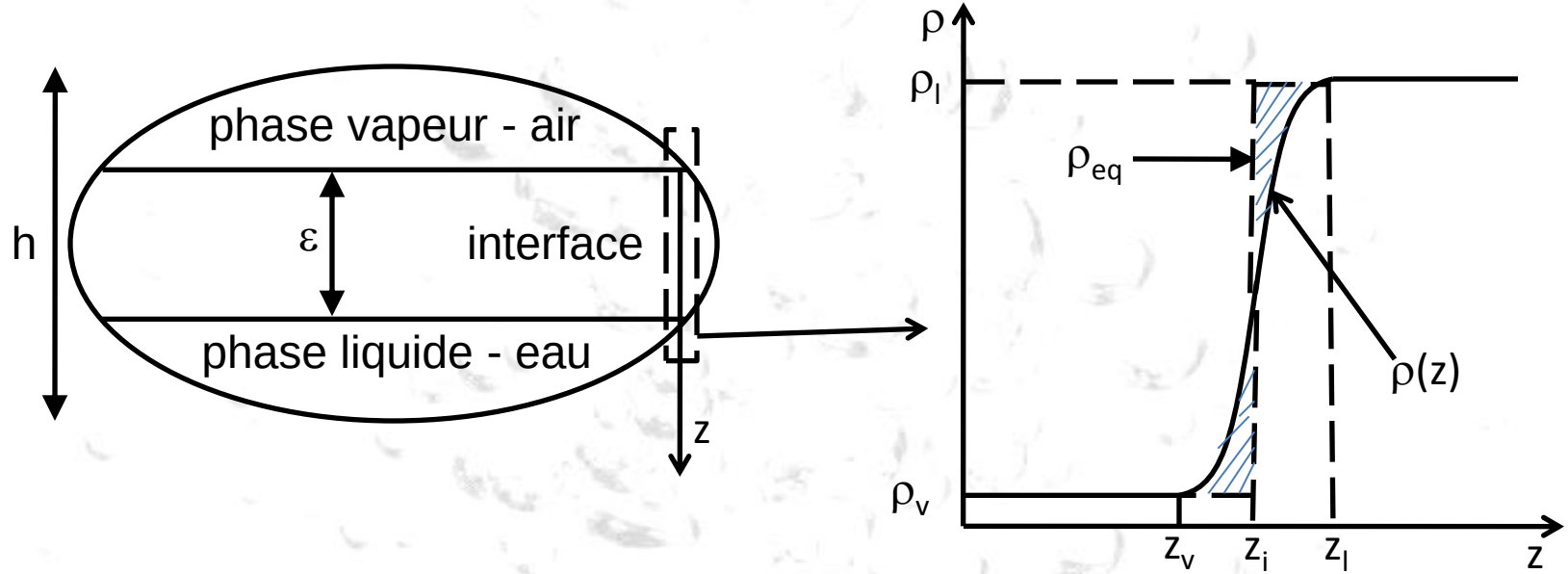


• **Interface fictive :** pour une position arbitraire de cette interface, la masse du système équivalent m_{eq} n'est pas égale à la masse du système réel m. Soient ρ_v et ρ_l les masses volumiques de la vapeur et du liquide et V_v et V_l leurs volumes associés.

$$m_{eq} \neq \rho_l V_l + \rho_v V_v = m$$

Caractéristiques physiques des écoulements diphasiques

Notion d'interface



• **Interface fictive :** on se déplace perpendiculairement à l'interface selon z. Le système est homogène pour z=constante. Dans la zone interfaciale, $\rho(z)$ varie continûment au travers de cette zone $[z_v, z_l]$. Le système équivalent est représenté par une variation discontinue de la masse volumique ρ_{eq} : dans le domaine vapeur, on prolonge l'état vapeur et dans le domaine liquide, on prolonge aussi cet état.

Caractéristiques physiques des écoulements diphasiques

Notion d'interface

- **Interface fictive :** l'évolution de ρ_{eq} est discontinue au travers de l'interface, soit $\rho_{eq}=\rho_v$ si $z<z_i$ et $\rho_{eq}=\rho_l$ si $z>z_i$

- la position de z_i est inconnue *a priori*. On choisit z_i afin de satisfaire la conservation de la masse (égalité de m et m_{eq}) des deux systèmes :

$$\int_0^h \rho(z)dz = \int_0^h \rho_{eq}dz$$

- h est la longueur perpendiculaire à l'interface du VER sur laquelle on considère la conservation de la masse. La relation précédente est indépendante du choix du volume de contrôle. Comme $\rho(z)=\rho_{eq}=\rho_v$ si $z<z_v$ et $\rho(z)= \rho_{eq}=\rho_l$ si $z>z_l$, elle s'écrit alors :

$$\int_{z_v}^{z_l} \left[\rho(z) - \rho_{eq}\right]dz = 0$$

- cette relation est satisfaite si l'aire hachurée de part et d'autre de z_i est la même.

Caractéristiques physiques des écoulements diphasiques

Tension superficielle

Images tensions superficielles (jurin, trombone, insecte à la surface de l'eau, lotus, …)

Caractéristiques physiques des écoulements diphasiques

Tension superficielle

- **Origine physique :** la tension superficielle est associée aux forces de cohésion internes qui s'exercent entre les molécules d'un fluide : forces de Van Der Waals, liaisons hydrogène (dans l'eau par exemple), liaisons ioniques, liaisons métalliques (dans les métaux comme le mercure).

- Dans un fluide en volume, **les forces exercées par chaque molécule sont équilibrées par celles exercées par les molécules voisines**. Si l'on introduit une interface, par exemple avec le vide, les forces exercées dans sa direction ne sont plus équilibrées : c'est là l'origine des forces de tension superficielle et de l'énergie correspondante.

- La **valeur du coefficient de tension superficielle sera très variable** suivant la nature des forces qui s'exercent entre les atomes ou molécules : la forte tension superficielle des métaux liquides s'explique par la forte valeur des énergies associées aux liaisons métalliques alors que les forces de Van Der Waals, qui jouent un rôle prépondérant dans de nombreux corps moléculaires, donnent des valeurs 1 à 2 ordres de grandeur plus faible.

Caractéristiques physiques des écoulements diphasiques

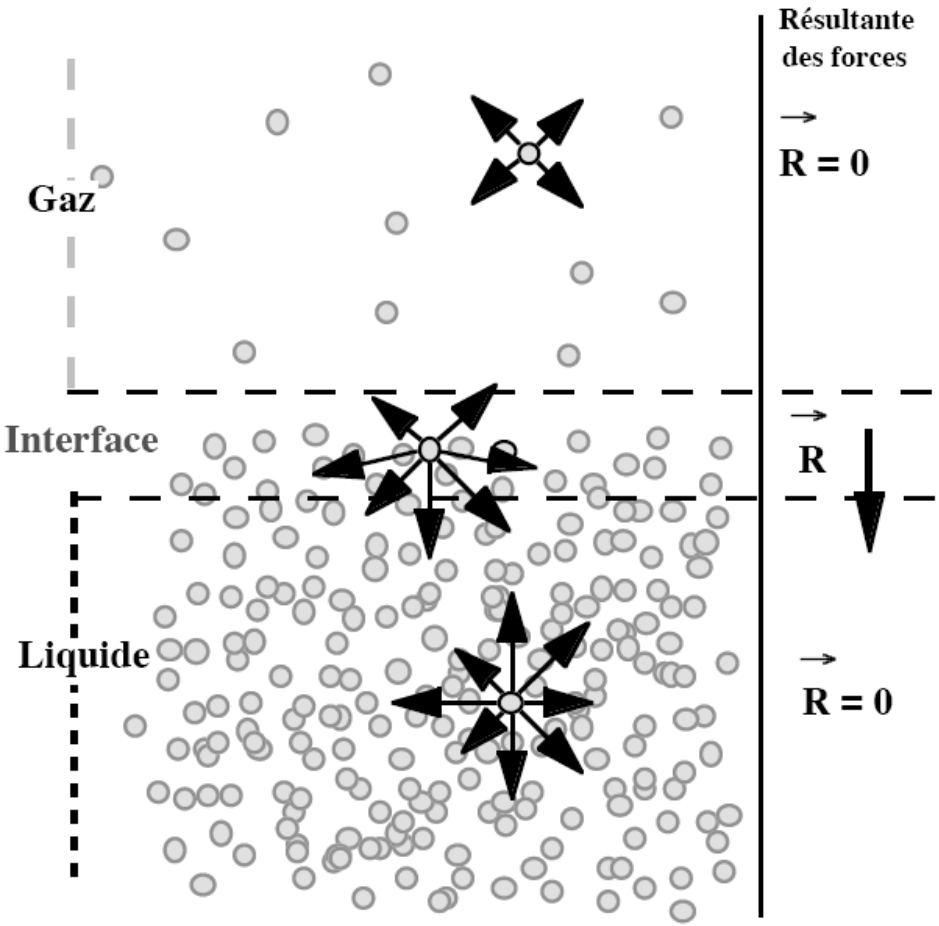
Tension superficielle

Phénomènes dus aux *interfaces* du type liquide-vapeur, liquide-solide et solide-vapeur.

Echelle macroscopique: pas de mouvements d'ensemble du liquide.

Echelle microscopique: molécules situées à l'*interface*: subissent une force résultante dirigée vers le liquide

La couche superficielle d'un liquide est soumise à une force qui tend à *réduire* cette surface



Caractéristiques physiques des écoulements diphasiques

Tension superficielle

• **Energie libre de l'interface :** on considère une situation d'équilibre local pour laquelle on suppose que la température est uniforme et fixée. L'interface entre deux phases étant fixée, il n'y a aucune raison pour que les contributions énergétiques des forces moléculaires des deux phases soient équilibrées pour le système fictif. Soient e_v et e_l les énergies libres par unité de masse des phases vapeur et liquide et E_{eq} l'énergie du système équivalent :

$$E_{eq} \neq e_v \rho_v V_v + e_l \rho_l V_l$$

• Pour établir l'équilibre du système fictif et l'égalité entre l'énergie libre du système fictif et du système réel, on voit **qu'il faut intégrer dans E_{eq} une contribution supplémentaire qui vient de l'approximation de la zone interfaciale** $z_v<z<z_l$ continue par une interface raide. Dans le modèle fictif, cette contribution ne peut dépendre que de l'aire interfaciale A_S puisque à l'échelle microscopique, la courbure est négligeable. On pose :

$$E_S = e_S A_S$$

avec e_S l'énergie libre par unité de surface.

Caractéristiques physiques des écoulements diphasiques

Tension superficielle

• L'énergie libre du système fictif est distribuée dans les volumes des phases et sur la surface de l'interface :

$$E_{eq} = e_v \rho_v V_v + e_l \rho_l V_l + e_S A_S$$

• Le principe fondateur de l'**énergie** d'un système est qu'elle est **minimisée pour assurer sa stabilité**. Ainsi, si e_S était négatif, A_S devrait augmenter pour minimiser e_S et donc E_{eq}. Or, on sait qu'une interface minimise son énergie naturellement en minimisant sa surface (une bulle de savon est sphérique à l'équilibre, la sphère étant le volume de surface minimale pour un volume donné). Donc cette hypothèse contredit la réalité physique observée et ne peut être envisagée.

• On voit donc que **e_S est positif** et donc que l'énergie du système équivalent E_{eq} est minimisée si **A_S est le plus petit possible**. Ce qui est consistant avec les formes sphériques observées pour des bulles dans la nature.

Caractéristiques physiques des écoulements diphasiques

Tension superficielle

• **Equation de Gibbs :** relation fondamentale exprimant la variation de l'énergie libre du système. Soit S l'entropie, p la pression et dT une variation de température, on a

$$dE = -SdT - pdV$$

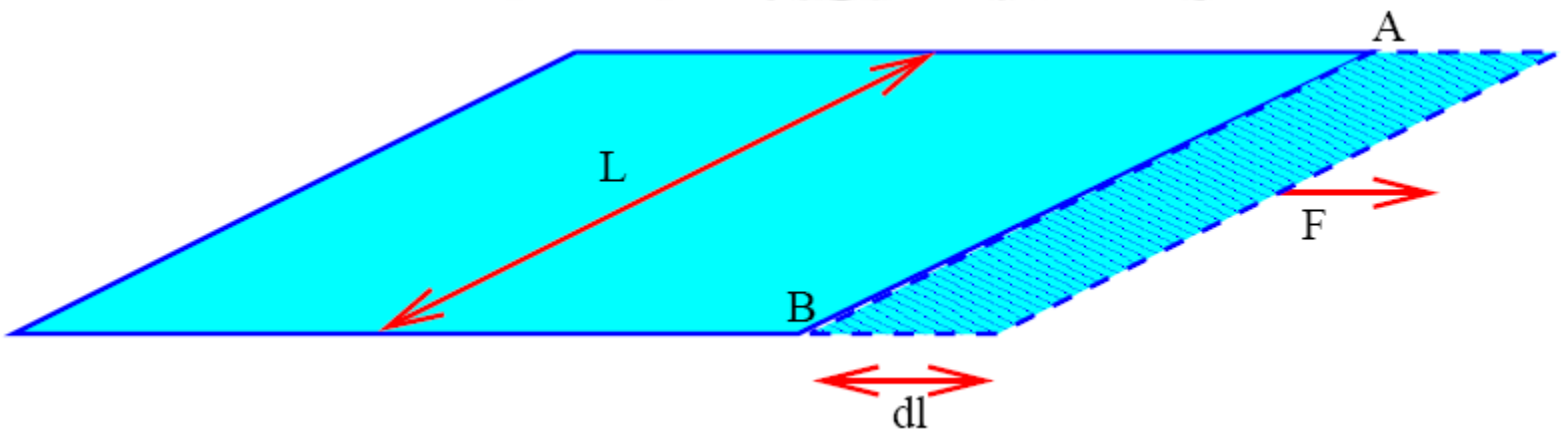
• Si le problème est isotherme (dT=0), alors la variation d'énergie libre dE s'identifie au travail de la pression dans une évolution au voisinage de l'équilibre.

$$dE = -pdV$$

Caractéristiques physiques des écoulements diphasiques

Tension superficielle

• **Mise en évidence :** un film liquide portée par un cadre rectangulaire avec un coté mobile. On déplace le coté mobile de dl en exerçant une force F. Si on lache le coté mobile, il se déplace de façon à diminuer la surface du film. La force F qu'il faut exercer pour déplacer le bord mobile de dl est proportionnelle à L, soit F=2σL.



• Pour augmenter la surface du film de dS=Ldl, il faut fournir une énergie dE telle que :

$$dE = Fdl = 2\sigma L dl = 2\sigma dS$$

Caractéristiques physiques des écoulements diphasiques

Tension superficielle

• Le **coefficient σ est appelé coefficient de tension superficielle** entre le liquide et l'air. Le facteur 2 traduit le fait que le film de liquide est constitué de deux interfaces liquide-air. Le coefficient σ correspond à une énergie par unité de surface. Son unité est le Newton pat mètre ($N.m^{-1}$).

• Les phénomènes de tension de surface ont pour effet de **minimiser l'aire de l'interface**, compte tenu des contraintes imposées par ailleurs au système (gravité, pression, mouvement fluide, variations de température, …). Le forme sphérique d'une goutte assure une surface minimale pour un volume donnée en absence d'autres contraintes extérieures.

• **Additivité :** les contributions à la tension superficielle de différents types de forces se composent additivement. Par ailleurs, la tension superficielle d'une interface entre deux composés A et B de tensions superficielles σ_A et σ_B peut être estimée par l'expression approchée :

$$\sigma_{AB} = \sigma_A + \sigma_B - 2\sqrt{\sigma_A \sigma_B}$$

Caractéristiques physiques des écoulements diphasiques

Tension superficielle

• **Variation du coefficient de tension superficielle :** soit M la masse molaire du fluide dense considéré et Par une constante caractérisant la molécule du corps appelée Parachor P_{ar}, on a

$$\sigma = \left(P_{ar} \frac{\rho_l - \rho_v}{M} \right)^{1/4}$$

• L'évolution du coefficient de tension superficielle en fonction de la température est linéaire. Il est définit en fonction d'une tension superficielle fictive à T=0K et en prenant un exposant n proche de 1 tels que

$$\sigma = \sigma_0 \left(1 - \frac{T}{T_C} \right)^n$$

• les valeurs de n proposées par Van Der Walls (1.23) ou Guggenheim (1.22) sont légèrement supérieures à 1. T_C est la valeur de la température critique, valeur pour laquelle un corps voit son état liquide en équilibre avec sa vapeur.

Caractéristiques physiques des écoulements diphasiques

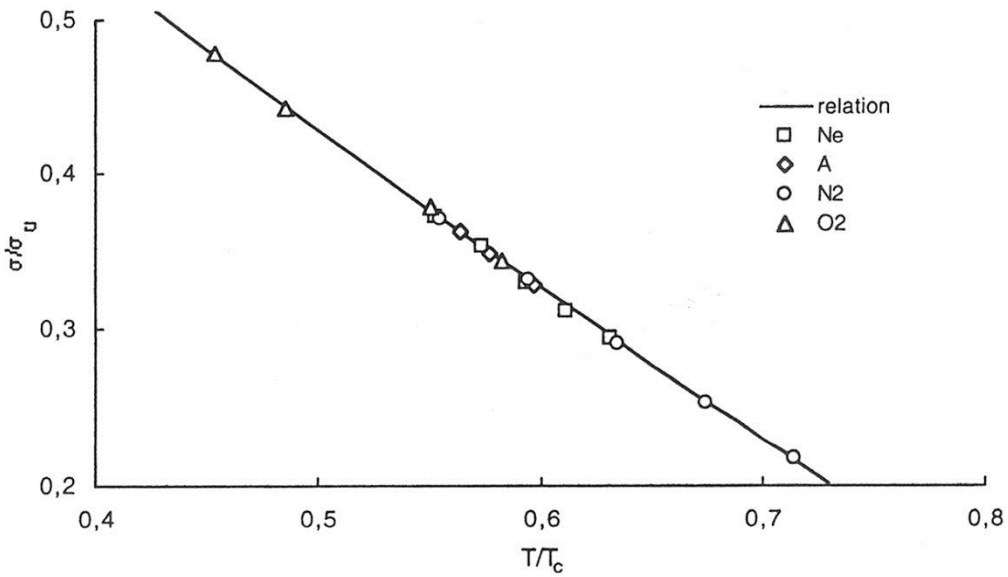
Tension superficielle

- On définit σ_0 afin de retrouver au mieux les expériences. La valeur trouvée de σ_0 est 0.147 N.m^{-1}. On peut expliciter l'équation sur la variation de s en fonction de T pour l'eau :

$$\sigma = 0.147\left(1-\frac{T}{647}\right)^{11/9}$$

- On peut aussi écrire l'influence de la température sur σ par :

$$\sigma(T) = \sigma(T_0)\left(1-b\left[T-T_0\right]\right)$$



Evolution de la tension superficielle avec la température pour quelques corps purs possédant des molécules simples et sphériques

Caractéristiques physiques des écoulements diphasiques

Tension superficielle

- **Exemples de valeurs de σ :**

corps	T (°K)	10^3 σ ($N.m^{-1}$)	T_c (°K)	P_c (bar)	V_c (1/kmoles)
Acide acétique	293	28	595	57.8	171
Alcool éthylique	293	22	516	64	167
Ammoniac	307	18	405	113	73
benzène	293	29	563	49.2	260
Eau	291	73	647	221	56
Fréon 12	298	9	385	40.6	218
Dioxyde de carbone	293	1.2	304	73.8	94
mercure	293	484	1460	1066	
Sodium	383	206			

Caractéristiques physiques des écoulements diphasiques

Tension superficielle

- **Exemples de valeurs de σ :**

Fluides	Température (^oC)	Tension superficielle ($N.m^{-1}$)
eau de savon / air	20	0.030
huile d'olive / air	20	0.032
eau / glycerol 50%	18	0.070
eau / air	20	0.072
mercure / eau	20	0.375
plomb / hydrogène	370	0.44
mercure / air	20	0.45

Caractéristiques physiques des écoulements diphasiques

Tension superficielle

- **Exemples de valeurs de σ :**

	σ (N.m^{-1})	Variation de σ avec T $-\frac{1}{\sigma}\frac{d\sigma}{dT}$ (°K^{-1})	Longueur capillaire $l_c = \sqrt{\frac{\sigma}{\rho g}}$ (m)
Métaux liquides	0.01 à 1.5	0.01 à 0.1	0.002 à 0.005
Liquides organiques	0.5	0.01 à 0.1	0.001 à 0.003
Sels fondus	0.1	0.01	0.002 à 0.003
Huiles silicones	0.02	0.01	0.001
Eau	0.07	0.1	0.003
Verre fondu	0.1	0.01	0.005

- Lorsque σ varie en fonction de T ou de la concentration locale en tensioactifs, on voit apparaître des mouvement induits par ces gradients, que l'on appelle **effets Marangoni**.

Caractéristiques physiques des écoulements diphasiques

Tension superficielle

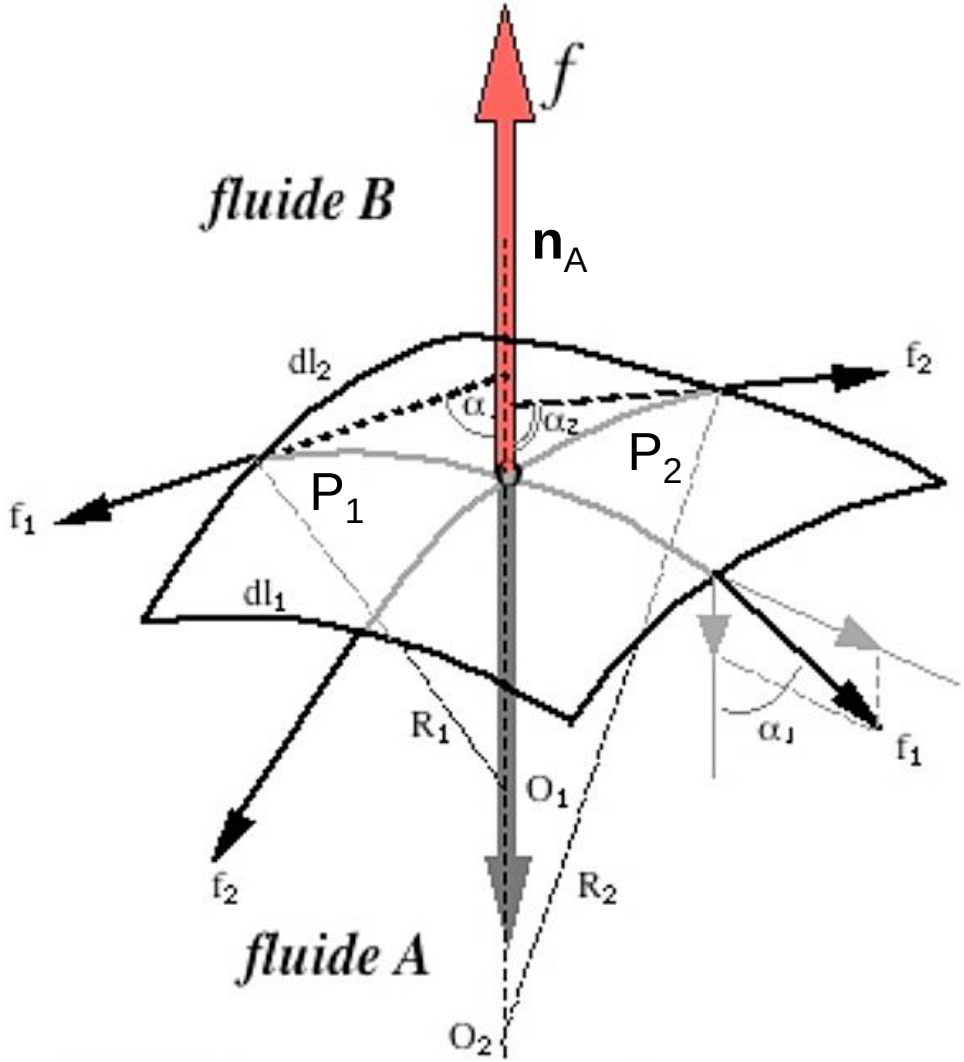
• **Loi de Laplace-Young :** la tension superficielle peut être vue comme une énergie surfacique ou une force linéique. La présence d'une interface ne modifie pas l'équilibre thermique entre les phases (T_v=T_l). Le travail des forces interfaciales modifie l'énergie libre de surface, il faut donc reconsidérer la condition d'équilibre mécanique à l'interface (p_v=p_l).

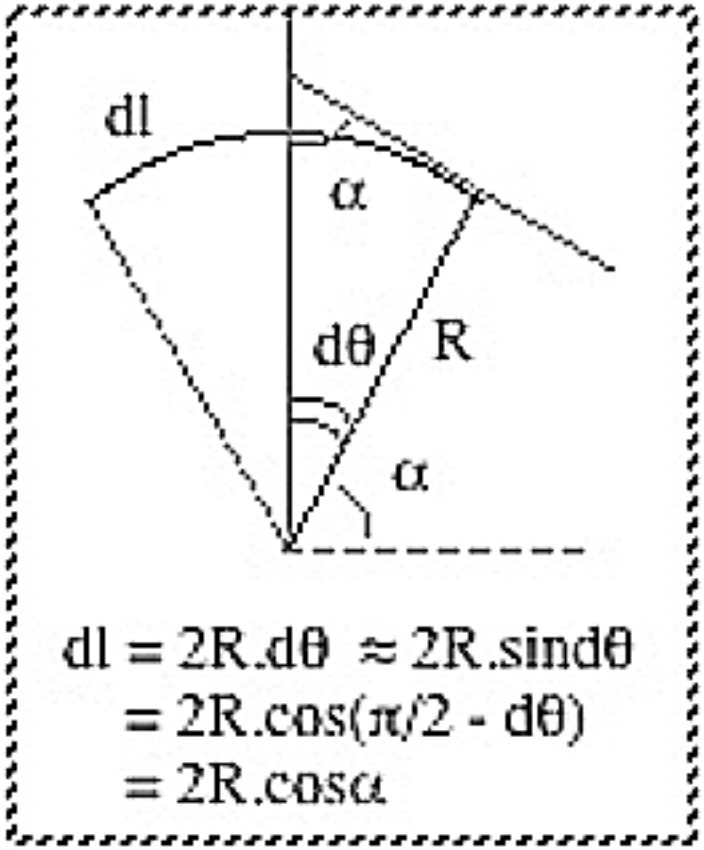
• On s'intéresse à **l'équilibre local macroscopique** d'une interface séparant deux phases. En un point O situé sur l'interface, on oriente la surface par une normale $\mathbf{n}_A$ extérieure à la phase A et on considère une portion d'interface constituée d'un élément curviligne d'interface.

• Il existe deux plans orthogonaux entre eux P_1 et P_2 contenant la normale à l'interface. L'intersection entre ces plans et l'interface (surface de séparation des phases) décrit deux arcs de cercle de rayons R_1 et R_2 . Ces rayons sont les **rayons de courbure principaux** de la surface au point O.

Caractéristiques physiques des écoulements diphasiques

Tension superficielle





Caractéristiques physiques des écoulements diphasiques

Tension superficielle

En O existe donc une **force** f **contrebalançant la résultante verticale des forces de tension superficielle**.

...

$\Delta p.S = \Delta p.dl_1.dl_2$

...

...

$f_1 = \sigma.dl_2$ et $f_2 = \sigma.dl_1$

$$\Delta p = 2\sigma \frac{\cos\alpha_1}{dl_1} + 2\sigma \frac{\cos\alpha_2}{dl_2}$$

- **Approche géométrique :** à la traversée de la surface de séparation de deux fluides, la pression subit un accroissement, de la face convexe vers la face concave, égal au coefficient de tension superficielle multiplié par la courbure moyenne.

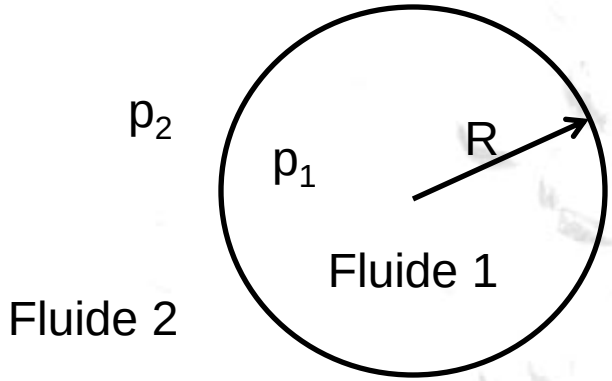
$$\Delta p = 2\sigma \frac{\cos\alpha_1}{dl_1} + 2\sigma \frac{\cos\alpha_2}{dl_2}$$

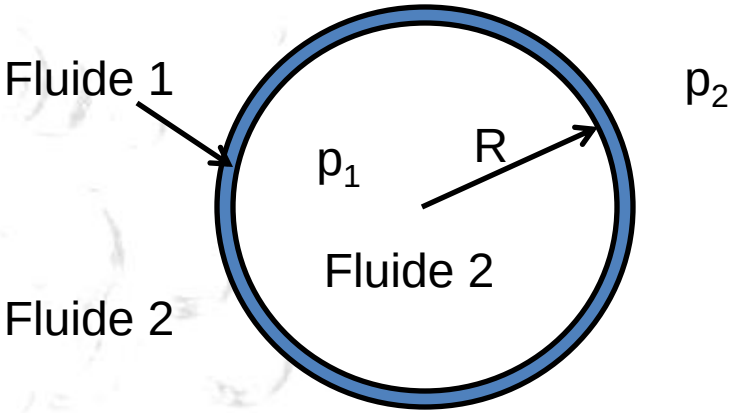
$$= \sigma\left(2\frac{\cos\alpha_1}{dl_1} + 2\frac{\cos\alpha_2}{dl_2}\right)$$

$$= \sigma\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$$

Caractéristiques physiques des écoulements diphasiques

Tension superficielle





• **Approche énergétique :** la différence de pression de part et d'autre de l'interface correspond à un équilibre mécanique tel que l'énergie totale est nulle. Cette énergie est la somme de l'énergie de surface de la sphère

$$\Delta E_S = d\left(4\pi\sigma R^2\right) = 8\pi\sigma R dR$$

et l'autre due au travail des forces de pression

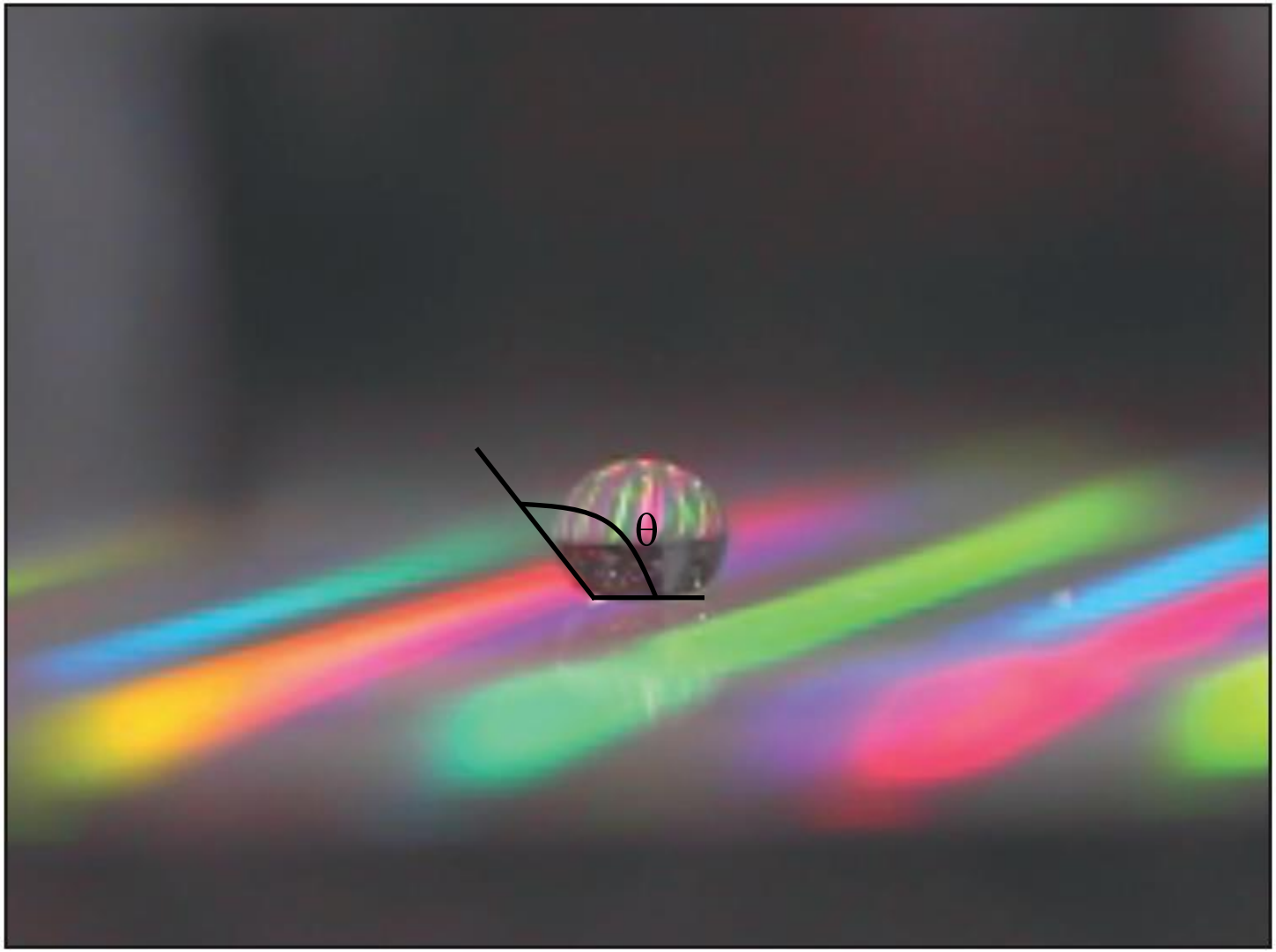
$$\Delta E_p = -\Delta p dV = -\left(p_1 - p_2\right) d\left[\frac{4}{3}\pi R^3\right] = -\left(p_1 - p_2\right) 4\pi R^2 dR$$

soit $\Delta E_S + \Delta E_p = 0$

$\Delta p = \dfrac{2\sigma}{R}$ pour une goutte $\quad \Delta p = \dfrac{4\sigma}{R}$ pour une bulle de savon

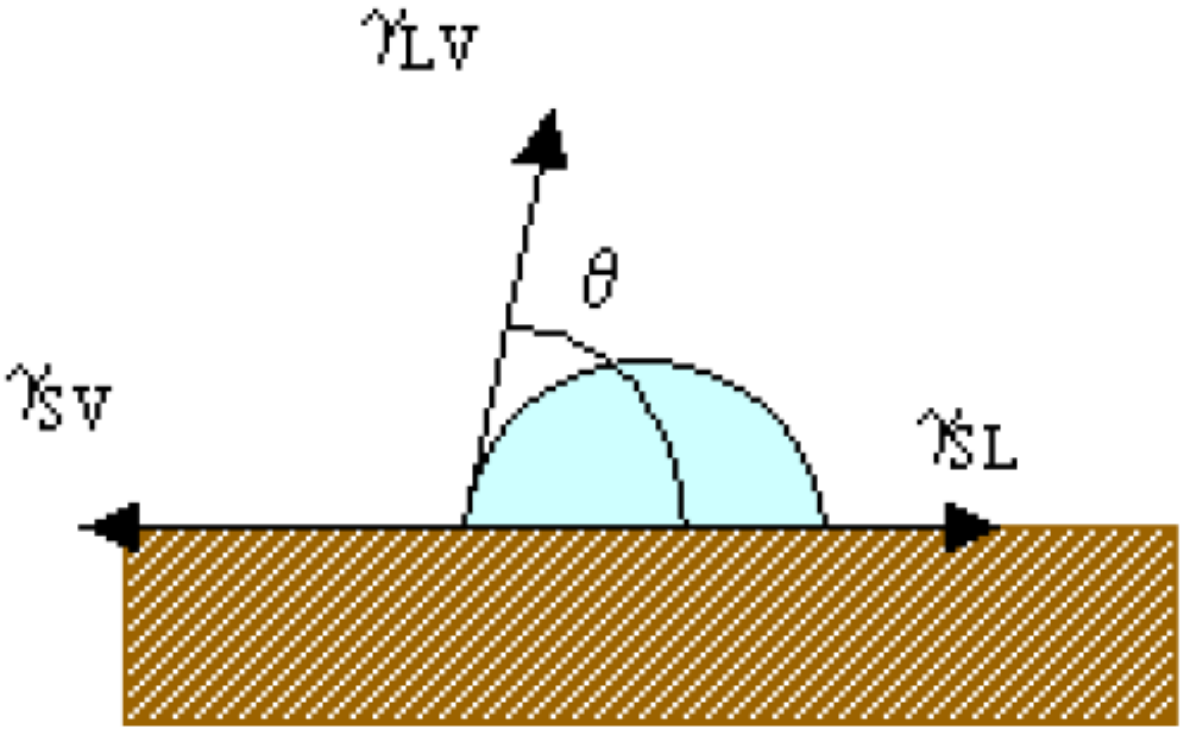
Caractéristiques physiques des écoulements diphasiques

Mouillabilité



Caractéristiques physiques des écoulements diphasiques

Mouillabilité



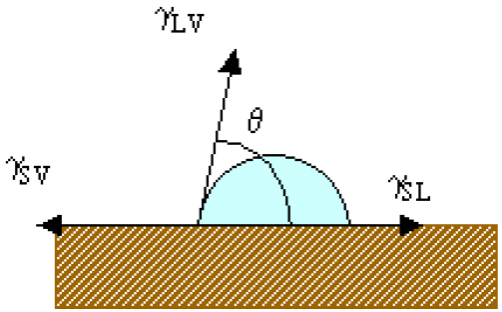
• **Mouillage :** on parle aussi d'angle de contact θ, d'hydrophobie, d'hydrophilie, de mouillabilité. C'est la propension d'un liquide à s'étaler sur une surface dans un milieu gazeux.

Caractéristiques physiques des écoulements diphasiques

Mouillabilité

Sur un solide plan et homogène, l'angle de contact d'une goutte est indépendant de la taille de cette goutte. Young a compris en 1805 que cet angle est fixé par l'équilibre de trois tensions de surface (comme indiqué sur la figure) : une énergie de surface est aussi une force par unité de longueur qui tire l'interface pour en réduire l'aire. Ces forces s'appliquent en particulier sur la ligne de contact (point d'arrêt des interfaces) et leur équilibre mécanique, exprimé suivant la direction du plan solide, donne l'angle de contact θ :

$$\cos\ \theta = \frac{\gamma_{SV} - \gamma_{SL}}{\gamma_{LV}}$$



où γ_{SV}, γ_{SL} et γ_{LV} sont les tensions solide/vapeur, solide/liquide et liquide/vapeur des trois interfaces en présence.

Caractéristiques physiques des écoulements diphasiques

Mouillabilité

On voit que pour un solide hydrophobe ($\cos\ \theta < 0$), *le solide a une énergie de surface plus faible sec que mouillé* ($\gamma_{SV} < \gamma_{SL}$). *Si le substrat ressemble à de l'air (l'indice S tend alors vers l'indice V), l'angle de contact tend vers 180°. C'est ce qui se passe pour des gouttes de liquide volatil posées sur des plaques très chaudes (caléfaction) : de la vapeur s'intercale entre la goutte et le solide, ce qui conduit bien au mouillage nul.*

La relation de Young prédit qu'un solide, un liquide et une vapeur donnés définissent un angle de contact unique. Or en pratique, on observe toute une plage d'angles, entre deux valeurs extrêmes appelées angles de reculée et d'avancée.

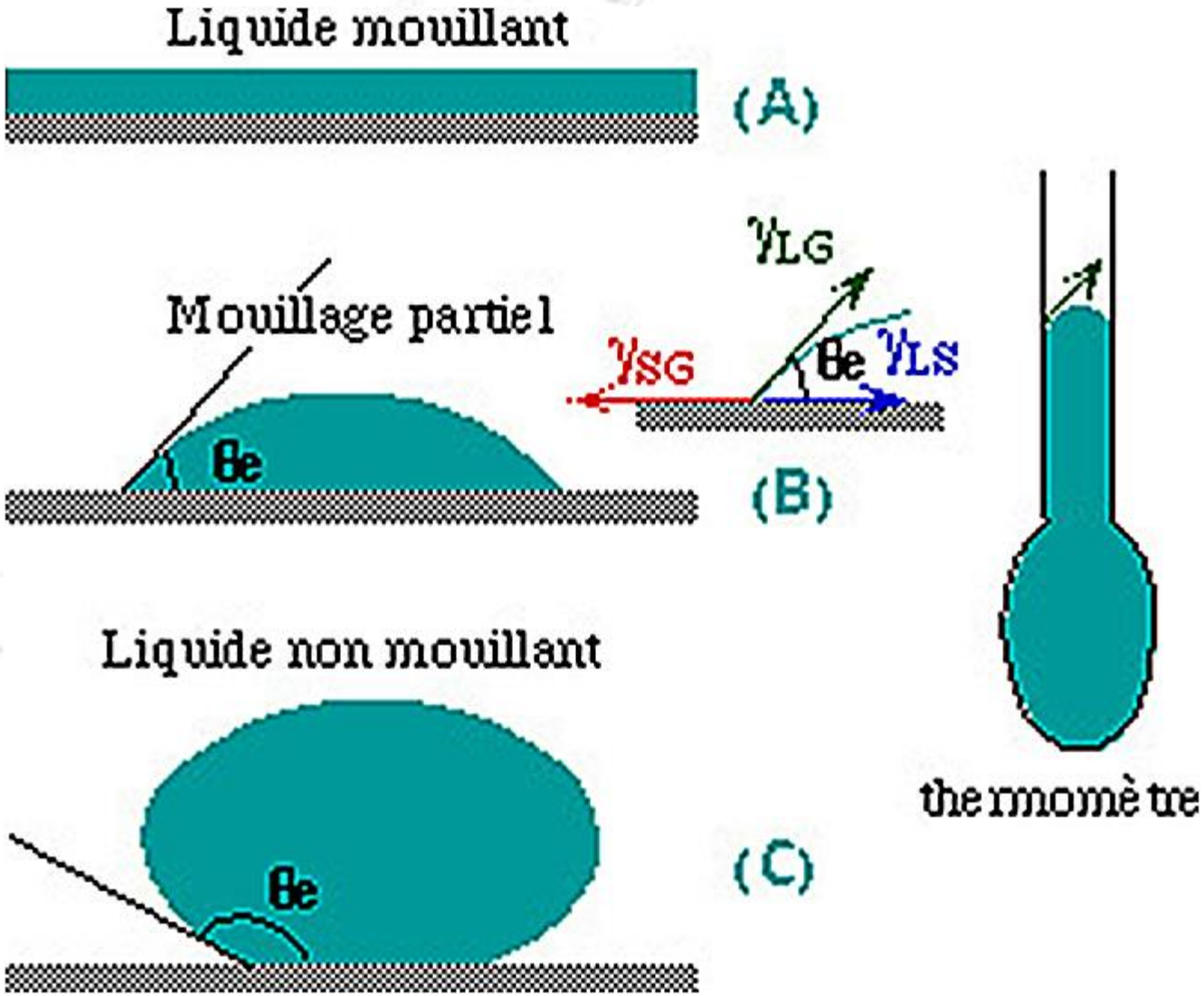
Caractéristiques physiques des écoulements diphasiques

Mouillabilité

On appelle hystérésis de l'angle de contact ce phénomène, dû aux inévitables imperfections de la surface solide qui permettent l'accrochage de la ligne de contact. Sur une surface banale (du plastique, un métal), la différence entre l'angle d'avancée et l'angle de reculée vaut typiquement de 10 à 60°. Une conséquence bien connue de cet effet est l'accrochage des gouttelettes sur les surfaces en pente, l'asymétrie d'angle de contact entre l'avant et l'arrière de cette goutte engendrant une force capable de s'opposer au poids

Caractéristiques physiques des écoulements diphasiques

Mouillabilité



Caractéristiques physiques des écoulements diphasiques

Mouillabilité

- **Mouillage :** on peut modifier les propriétés intrinsèques des fluides sur les surfaces en les structurant à l'échelle micrométrique et en augmentant leur rugosité.

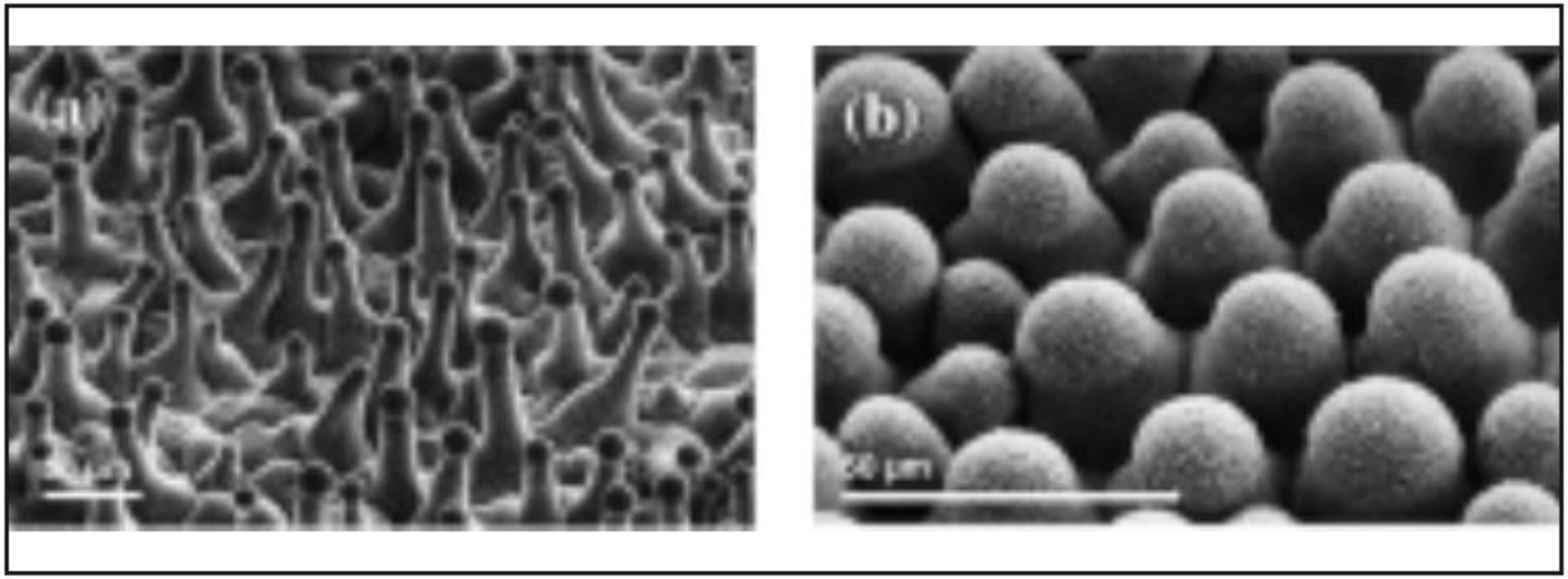


Figure 3 - *Deux exemples de substrats naturels super-hydrophobes : (a) feuille de magnolia ou (b) feuille d'oreille d'éléphant (colocasia esculenta) observées au microscope électronique. Des textures à l'échelle de la dizaine de microns couvertes de fibrilles submicroniques confèrent à ces surfaces une très grande rugosité (clichés Peter Wagner et Christoph Neinhuis).*

Caractéristiques physiques des écoulements diphasiques

Mouillabilité

- **Hydrophile/hydrophobe :** on mesure le caractère hydrophile (petit angle, grande énergie de surface) ou hydrophobe (grand angle, petite énergie de surface) par comparaison au propriétés de l'eau.

- **Hystérésis d'angle de contact :** l'angle de contact lors de l'étalement d'un fluide sur une paroi est différent de celui lors de son retrait (reseeding). On parle donc d'hystérésis.

- Si on mesure l'hystérésis entre l'angle de contact à l'avancée d'une goutte et son retrait, on obtient des renseignements sur la non homogénéité physique (rugosité) ou chimique de la surface de contact.

Caractéristiques physiques des écoulements diphasiques

Mouillabilité

- **Fluide polaire :** on appelle fluide polaire un fluide constitué de molécules ayant une distribution électronique interne non isotrope, c'est-à-dire telle que le centre des charges positives et négatives ne coïncide pas.

- **Fluide apolaire :** on appelle fluide apolaire un fluide constitué de molécules ayant une distribution électronique interne isotrope. Ce fluide est donc non chargé.

Modèle de Neumann :

Dans ce modèle on ne distingue pas les différentes composantes de l'énergie de surface et on n'essaie pas non plus de les relier aux propriétés physico-chimiques du matériau. L'équation reliant les composantes à l'angle de contact s'écrit :

$$\cos\theta\gamma_{SL} = \frac{\left(0.015\gamma_S - 2\right)\sqrt{\gamma_S\gamma_L} + \gamma_L}{\gamma_L\left(0.015\sqrt{\gamma_S\gamma_L} - 1\right)}$$

L'utilisation de cette équation doit être limitée à des systèmes qui ne sont pas trop polaires et aux valeurs obtenues avec un même liquide.

Caractéristiques physiques des écoulements diphasiques

Mouillabilité

- **Dévalement d'une bille liquide :** le dévalement de billes liquides non-mouillantes est très différent de celui des gouttes usuelles. Pour les dernières, plus elles sont grosses, plus elles dévalent vite alors que les premières (celles à mouillage nul) dévalent d'autant plus vite qu'elles sont petites. Le solide reste sec après le passage du liquide.

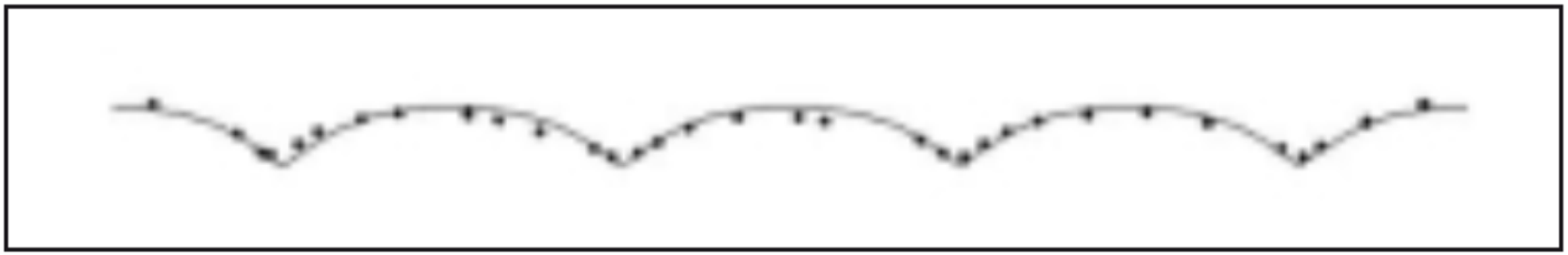


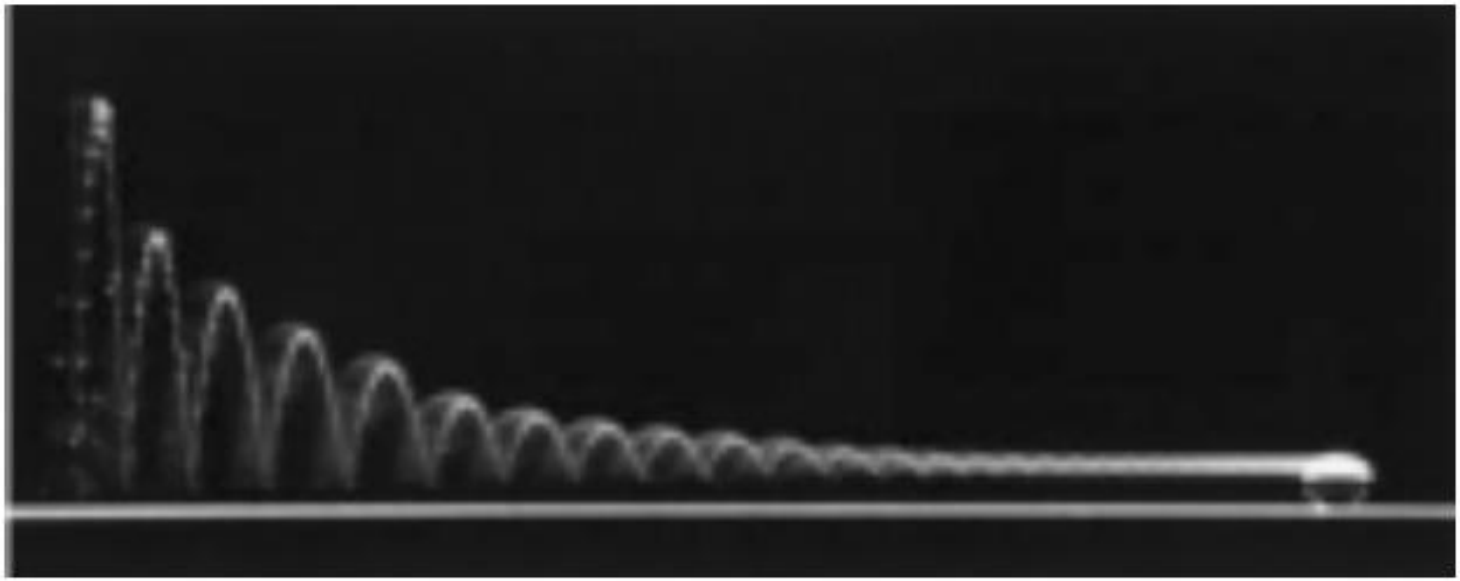
Figure 5 - *Position d'un marqueur placé à la surface d'une goutte visqueuse dévalant un plan incliné en mouillage presque nul. Les points expérimentaux s'inscrivent sur une cycloïde (en trait plein), ce qui prouve une rotation solide de la goutte.*

Caractéristiques physiques des écoulements diphasiques

Mouillabilité

• **Trajectoire d'une goutte sur une surface super hydrophobe :** l'élasticité du choc est élevée, avec un coefficient de restitution (rapport des vitesses avant et après le choc) de 0.9. Pour des faibles vitesses, la goutte fini par se coller à la surface, à cause de l'accrochage toujours possible de la goutte avec la surface. L'aire de contact a un rayon R_g donné par la relation de Hertz, où δ est la distance verticale sur laquelle la goutte s'écrase sous l'effet de la gravité :

$$R_g = \sqrt{\delta R}$$



Caractéristiques physiques des écoulements diphasiques

Mouillabilité

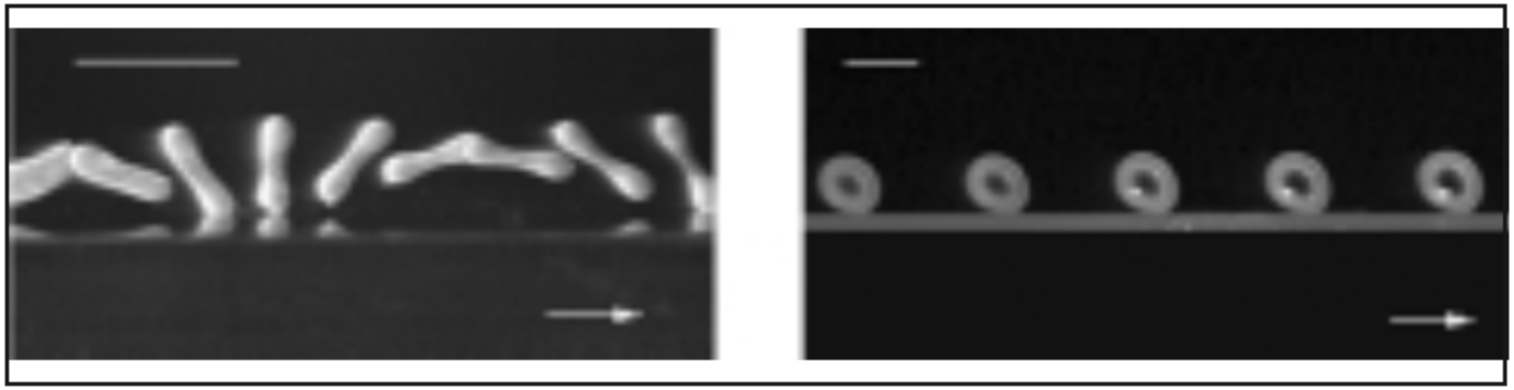
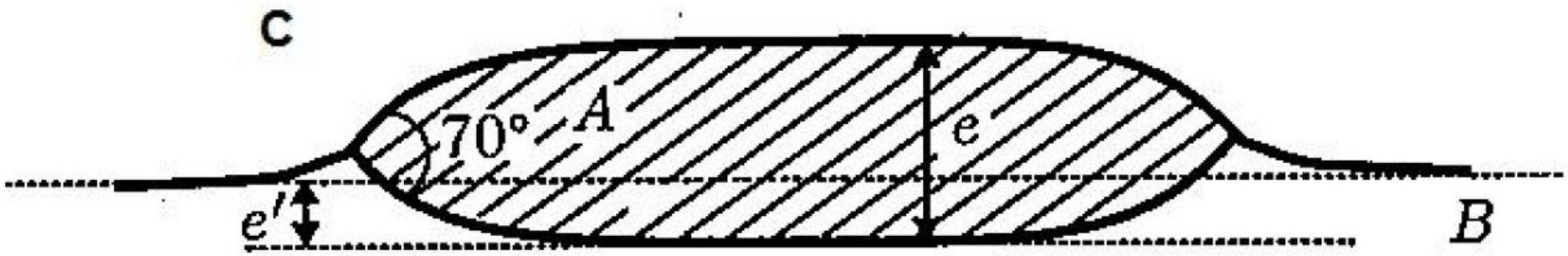


Figure 6 - *Forme de billes liquides dévalant des plans inclinés de 30° (les images sont prises à l'aide d'une caméra rapide inclinée du même angle). La barre indique 1 cm, et l'écart entre deux images successives est de 9 ms dans le premier cas, et de 23 ms dans le second.*

Caractéristiques physiques des écoulements diphasiques

Ligne triple



- **Définition :** on appelle ligne triple la ligne de contact entre 3 fluides.

- **Théorie de De Gennes :** en fonction des 3 tensions σ_A, σ_B et σ_{AB}, on détermine le paramètre d'étalement S du fluide A sur B :

$$S = \sigma_B - \left(\sigma_A + \sigma_{AB}\right)$$

- **si S>0 :** mouillage total et étalement de A sur B

- **si S<0 :** mouillage partiel, le fluide A forme une lentille sur B

Caractéristiques physiques des écoulements diphasiques

Ligne triple

Dans le cas d'une grande lentille flottante, celle-ci déforme la surface du substrat liquide sous l'effet de la gravité. Il faut pour cela inclure les déformations qu'elle provoque autour d'elle. La compétition entre l'énergie superficielle et l'énergie gravitationnelle fait intervenir trois longueurs capillaires :

$$\frac{1}{\kappa_A} = \sqrt{\frac{\gamma_A}{\rho_A g}} \tag{2.2}$$

$$\frac{1}{\kappa_B} = \sqrt{\frac{\gamma_B}{\rho_B g}} \tag{2.3}$$

$$\frac{1}{\kappa_{AB}} = \sqrt{\frac{\gamma_{AB}}{(\rho_B - \rho_A) g}} \tag{2.4}$$

La goutte assimilée à une lentille est aplatie par la gravité, ainsi on peut calculer son épaisseur finale (e_f) par un équilibre de forces ou en minimisant l'énergie. Elle s'écrit en fonction de l'épaisseur e et de la profondeur immergée e'.

$$F(e) = [\frac{1}{2}\rho_A g(e - e')^2 + \frac{1}{2}(\rho_B - \rho_A) g e'^2 - S]\frac{V}{e} \tag{2.5}$$

ou V est le volume de la lentille.

Caractéristiques physiques des écoulements diphasiques

Ligne triple

L'enfoncement de la lentille est tel que la poussée d'Archimède équilibre le poids de la goutte. On peut ainsi relier e' à e en écrivant l'égalité des pressions hydrostatiques de part et d'autre de l'interface liquide/liquide supposée plane :

$$\rho_A g e = \rho_B g e' \tag{2.6}$$

Si $\rho_A \sim \rho_B$, la lentille est immergée comme un iceberg et émergée si $\rho_A << \rho_B$. En supprimant e' et minimisant F(e) à volume constant, on obtient avec $\tilde{\rho} = \frac{\rho_A}{\rho_B}(\rho_B - \rho_A)$:

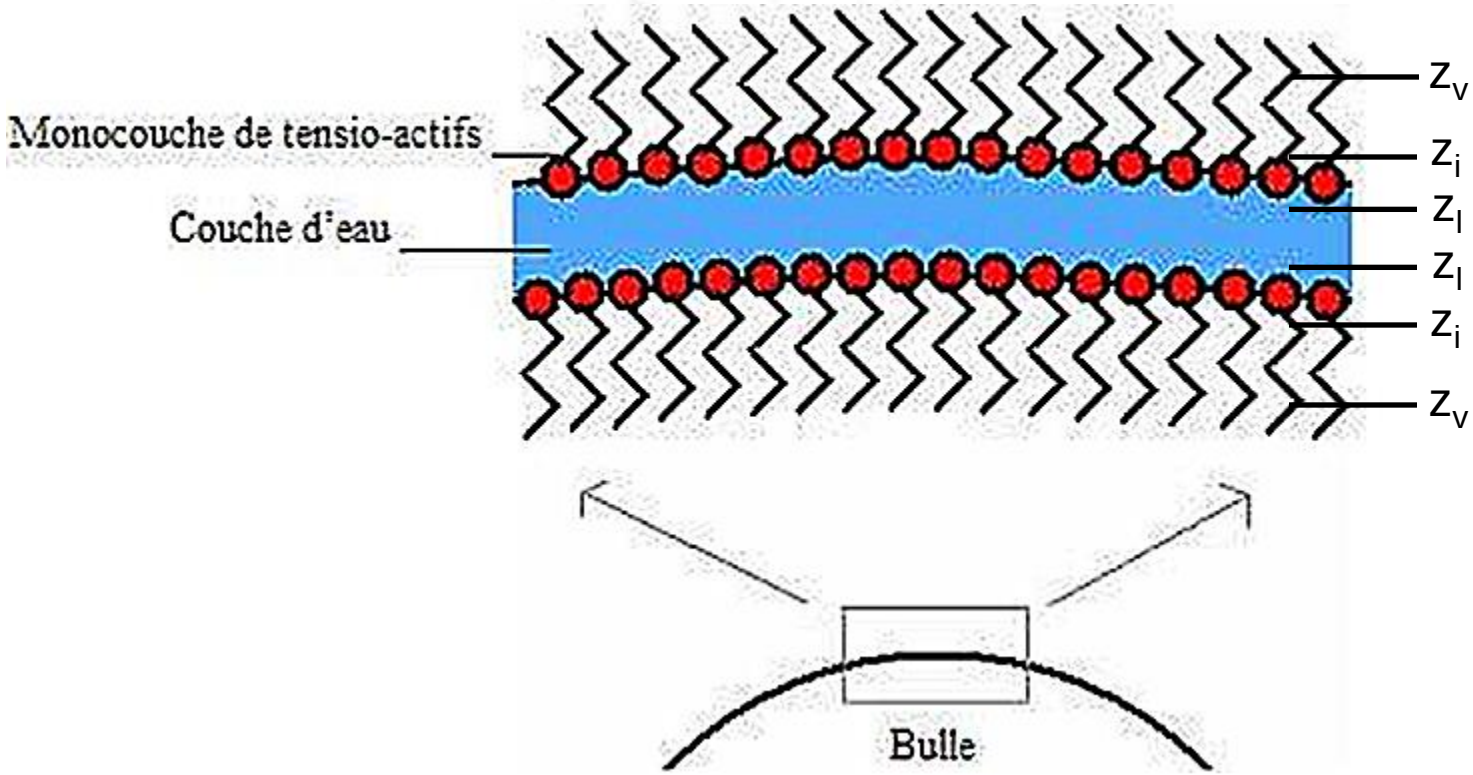
$$\frac{1}{2}\tilde{\rho} g e_f^2 = -S \tag{2.7}$$

- **Théorie de De Gennes :** on sait déterminer e en fonction des masses volumiques des fluides

$$e = \sqrt{\frac{-2\rho_B(\sigma_B - \sigma_A - \sigma_{AB})}{\rho_A(\rho_B - \rho_A)g}}$$

Caractéristiques physiques des écoulements diphasiques

Tensio-actifs



• **Définition :** les tensio-actifs sont des molécules formées de deux parties, une tête polaire soluble dans l'eau, que l'on nomme « hydrophile » , et une chaîne carbonée, de 10 à 20 atomes de carbone qui sont repoussés par l'eau, qualifiée « d'hydrophobe ».

Caractéristiques physiques des écoulements diphasiques

Tensio-actifs

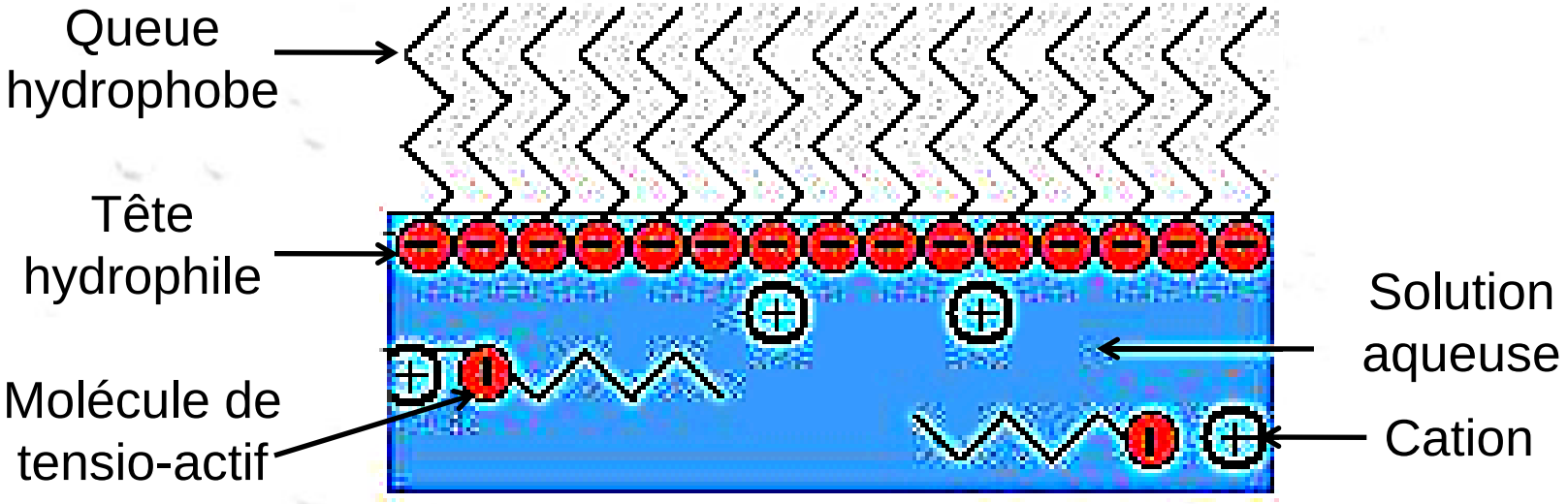
- **Propriétés :** Au final, ces molécules aiment à la fois l'eau et la repoussent. On les a baptisées " molécules amphiphiles ". Elles permettent aux bulles de durer.

- Nous savons qu'il est impossible de faire des bulles avec de l'eau pure, c'est pourquoi il est nécessaire d'ajouter du liquide vaisselle ou du savon. Ces derniers, comportant des tensio-actifs, diminuent la tension superficielle du liquide : contrairement aux molécules d'eau, **les tensio-actifs sont attirés par la surface** et tentent de diminuer sa tension en créant une interface particulière entre l'eau et l'air. Ses **molécules bipolaires** ont leurs extrémités chargées de manière opposée.

Caractéristiques physiques des écoulements diphasiques

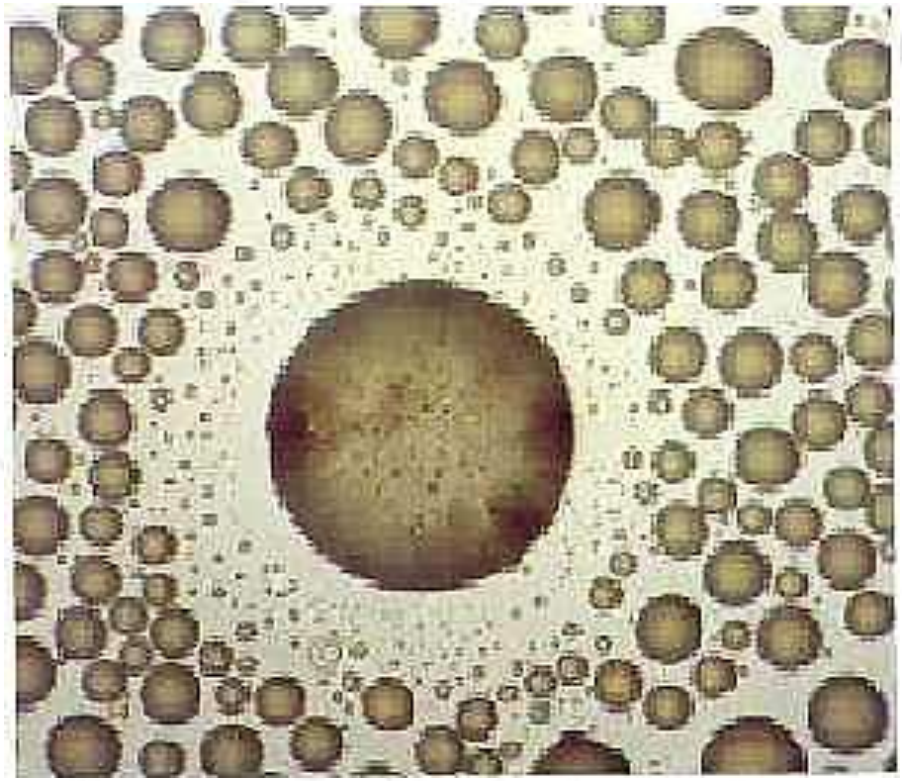
Tensio-actifs

• **Propriétés :** on sait que l'eau est une molécule polaire. Dans un liquide aqueux, les tensio-actifs vont se placer à la surface. Une extrémité est repoussé par l'eau et attirée par l'air à la surface. Cela entraîne la diminution de la tension superficielle de la bulle ou de la goutte. Comme la tête polaire est attirée par l'eau et la queue par l'air, ces molécules sont appelées « surfactants » puisqu'elles se concentrent à la surface du liquide. Leur disposition dans un liquide peut être schématisé de la manière suivante :



Caractéristiques physiques des écoulements diphasiques

Emulsions



Une émulsion est un mélange homogène de deux substances liquides (A et B), non miscibles, comme l'eau et l'huile. Une substance (B) est dispersée dans la phase continue (A) sous forme de petites gouttelettes. Le mélange reste stable grâce à des agents tensioactifs appelés émulsifiants [17].

Caractéristiques physiques des écoulements diphasiques

Emulsions

La production d'une émulsion s'accompagne d'un accroissement considérable de l'aire interfaciale entre les deux liquides et nécessite un apport d'énergie. La fabrication des émulsions doit prendre en compte les variables de composition ou de formulation (nature, concentration, additifs ...) et des conditions dans lesquelles ces émulsions sont produites (température ...), ce qui détermine la stabilité de l'émulsion. L'absence de miscibilité de deux liquides nécessaire à la formation d'émulsions provient d'une différence de nature entre les interactions majoritairement responsables de leur cohésion respective. Pour que deux liquides A et B se mélangent dans des proportions données, il faut que leur enthalpie libre de mélange soit négative ou que la somme des énergies d'intéraction A-B soit supérieure à la somme des énergies des intéractions A-A et B-B. L'énergie libre est :

$$\Delta F = \Delta U - T\Delta S \tag{1.12}$$

Avec Δ U énergie interne traduisant la variation de surface d'interface et ΔS l' entropie traduisant le nombre de degrés de liberté du système.

Caractéristiques physiques des écoulements diphasiques

Emulsions

Les agents émulsifiants servent à stabiliser les émulsions et à lutter contre l'agrégation des gouttes, soit par répulsion électrostatique, soit par repulsion stérique (volume minimum atomique). Ces agents sont également utilisés pour diminuer la tension de surface γ entre deux liquides :

$$E = \gamma A \tag{1.13}$$

Où E est l'énergie fournie pour former la goutte et A l'aire de la goutte.

Une fois la goutte formée, la stabilisation est déterminée par la pression de Laplace $P_L = P_0 + \frac{2\gamma}{r}$. Or l'agent tensio-actif diminue γ, donc le gradient de pression entre l'intérieur et l'extérieur de la goutte.

La théorie des solutions régulières et les paramètres de solubilité associés à cette théorie sous l'hypothèse d'écoulement incompressible, fournissent une description quantitative valide du comportement des mélanges liquides. Les émulsions simples sont de types huile-eau (H/E) ou eau-huile (E/H). L'inversion de phase est possible dans certaines conditions.

Caractéristiques physiques des écoulements diphasiques

Emulsions

Au cours du temps, une émulsion évolue fatalement vers la séparation des phases. La coalescence est la formation de grosses gouttes par rapprochement et fusion de gouttelettes dues à l'instabilité de l'interface (figure 1.7). L'évolution de l'émulsion, de l'état initial contenant des gouttelettes vers son état final où la phase dispersée est devenue continue, peut être caractérisée par une cinétique de coalescence. Les émulsions sont par nature des composés instables thermodynamiquement. Elles vont en effet toujours chercher à retrouver leur équilibre qui correspond à l'état séparé des deux phases. On peut cependant former des émulsions stables en contrôlant la surface développée par l'ensemble des gouttes formées. Pour cela, plusieurs techniques sont possibles. Dans la première, il s'agit de diminuer la taille des éléments (gouttes) de la phase dispersée. Il existe théoriquement un diamètre critique des gouttes pour lequel l'émulsion se stabilise d'elle-même. En dessous de cette barrière énergétique, l'émulsion formée est stabilisée par les forces aux interfaces entre la phase continue et la phase dispersée et par les interactions à courtes et moyennes portées entre les différents éléments. Une deuxième technique est d'utiliser des suspensions solides colloïdales qui permettent de stabiliser l'émulsion en viscosifiant la phase continue et en créant des répulsions stériques particules/gouttelettes si le mouillage des solides par la phase dispersée est contrôlé et quasi nul. Enfin, la dernière technique utilisée pour stabiliser une émulsion et la plus usitée, passe par l'utilisation de tensioactifs. [18].

Caractéristiques physiques des écoulements diphasiques

Emulsions

De Gennes [10] propose une étude sur le problème d'une interface entre une émulsion E/H et une région huile (figure1.8) ; ceci permet de comprendre comment des coalescences locales déforment l'interface. En assimilant le mouvement d'une goutte à celle d'une particule, le mécanisme d'émulsion est décrit à différentes échelles de temps et de longueur. Sur un film, cette particule induit la rupture en un temps τ. Lorsque le film est détruit, De Gennes considère que la particule reste attachée à une interface E/H et elle est déplacée à une distance comparable à un diamètre de goutte d. Ainsi un coefficient de diffusion est approximé :

$$D = \frac{d^2}{\tau} \tag{1.14}$$

Une large distribution de taille de gouttes est défavorable. Une solubilité peu élevée de l'émulsifiant dans la phase continue favorise la coalescence. Enfin, une tension interfaciale élevée ou au contraire trop basse entraîne une demixtion comme dans les systèmes sans émulsifiant et une élévation de la température conduira à la rupture de l'émulsion.

Caractéristiques physiques des écoulements diphasiques

Emulsions

La stabilité des émulsions est favorisée par une combinaison de facteurs incluant des critères purement géométriques, des propriétés physiques de chacune des phases, des propriétés de l'émulsifiant et les performances du procédé. Certains facteurs de déstabilisation sont liés à la migration des gouttelettes régie par les équations suivantes :

- Pour une émulsion faiblement concentrée, la vitesse de migration est régie par la loi de Stokes :

$$U_{mg} = \frac{2}{9}\frac{\Delta\rho g r^2}{\mu_c} \tag{1.17}$$

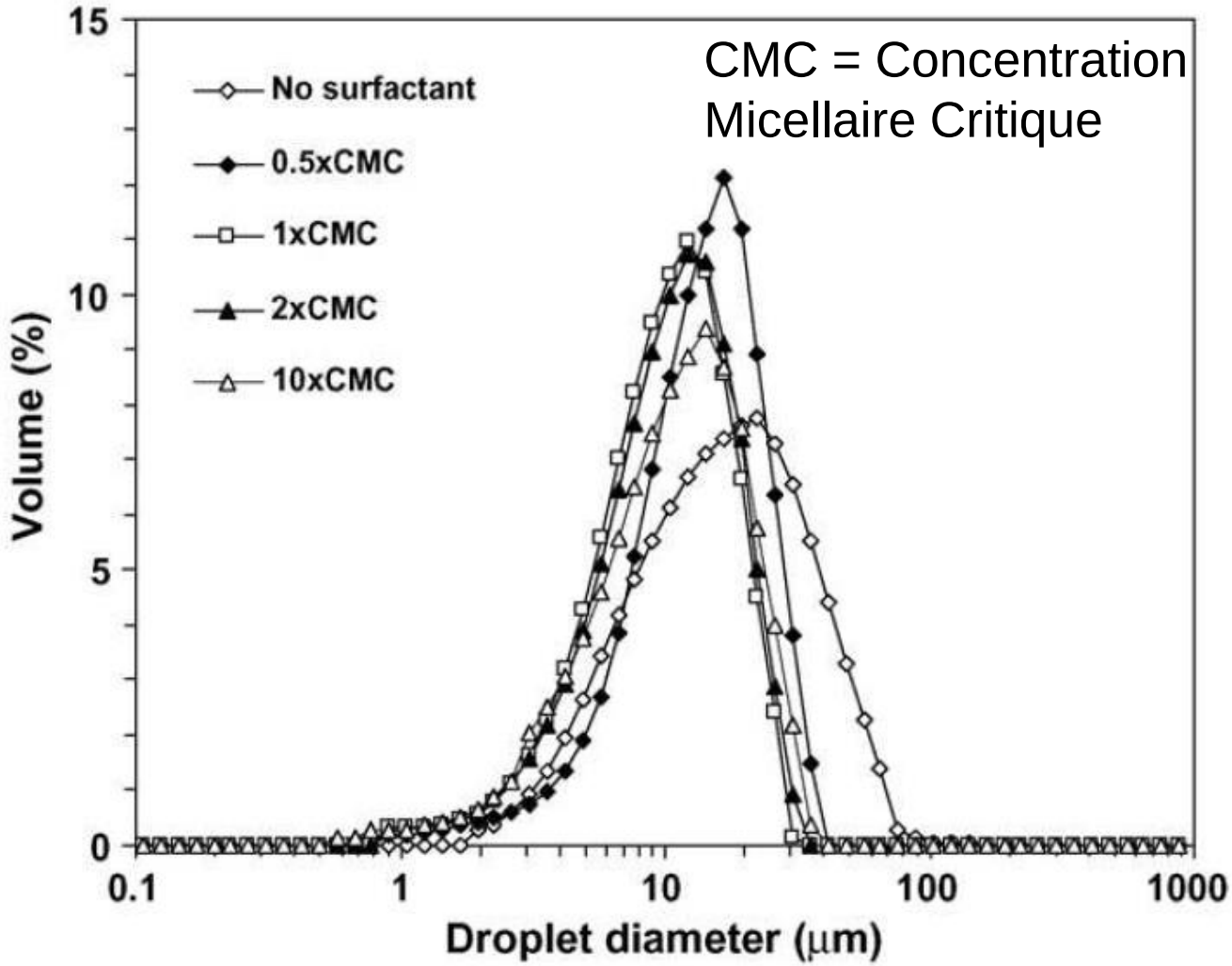
  Avec U_{mg} la vitesse de migration de la goutte $(m.s^{-1})$, g l'accélération due à la pesanteur $(m.s^{-2})$, $\Delta\rho$ la différence de masse volumique entre les phases $(kg.m^{-3})$, r le rayon de la goutte (m), μ_c la viscosité dynamique de la phase continue (Pa.s).

Les facteurs de déstabilisation sont :

- une proportion élevée de la phase dispersée
- une grande différence de masse volumique entre les deux phases
- une faible viscosité de la phase continue
- une taille moyenne des gouttelettes assez élevée

Caractéristiques physiques des écoulements diphasiques

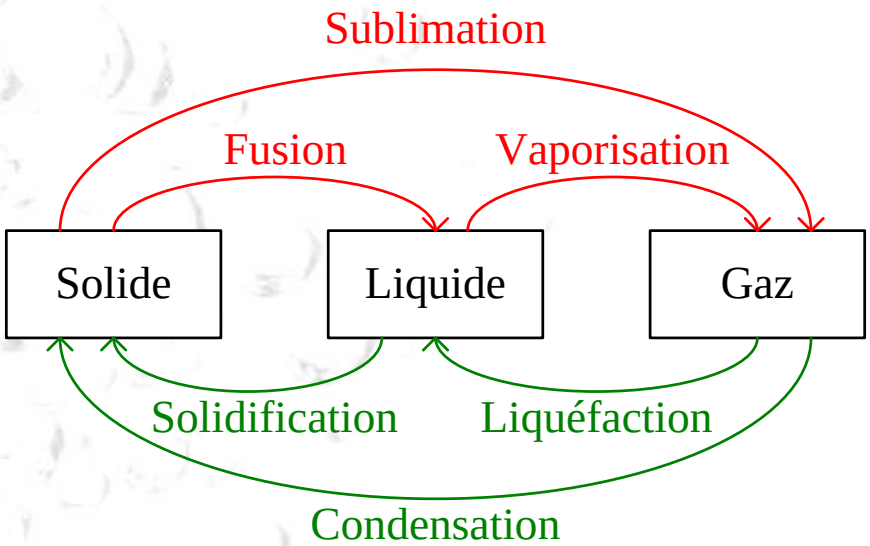
Emulsions

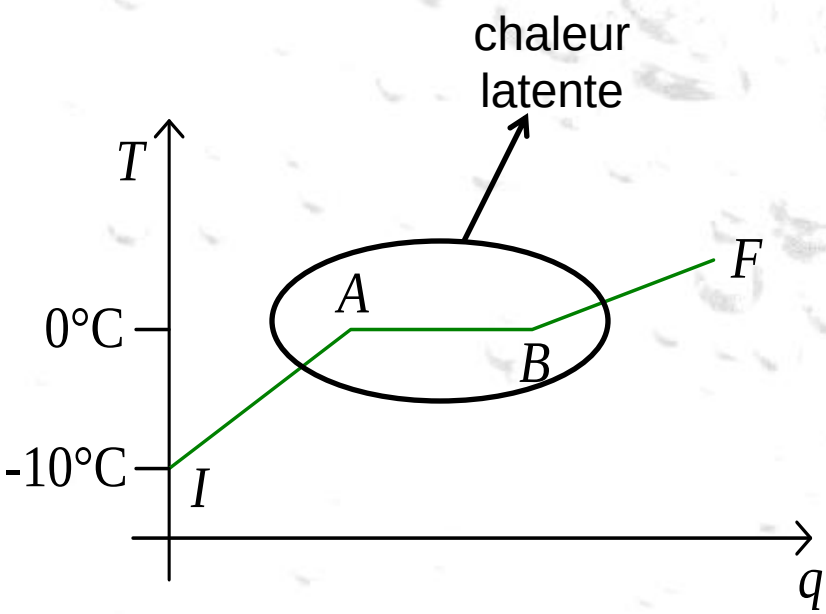


Caractéristiques physiques des écoulements diphasiques

Changement de phase

Diagramme des noms de changement d'état en fonction des passages solide, liquide et gaz





Evolution de la température en fonction de la quantité d'énergie fournie pour l'eau de l'état solide à l'état liquide

Caractéristiques physiques des écoulements diphasiques

Changement de phase

Le diagramme donne la phase la plus stable à *T*, *P* fixés.
Chauffage isobare d'un glaçon à , T_{initiale} = 0°C (*I*)

I–A **:** *T* augmente, l'eau est en phase solide

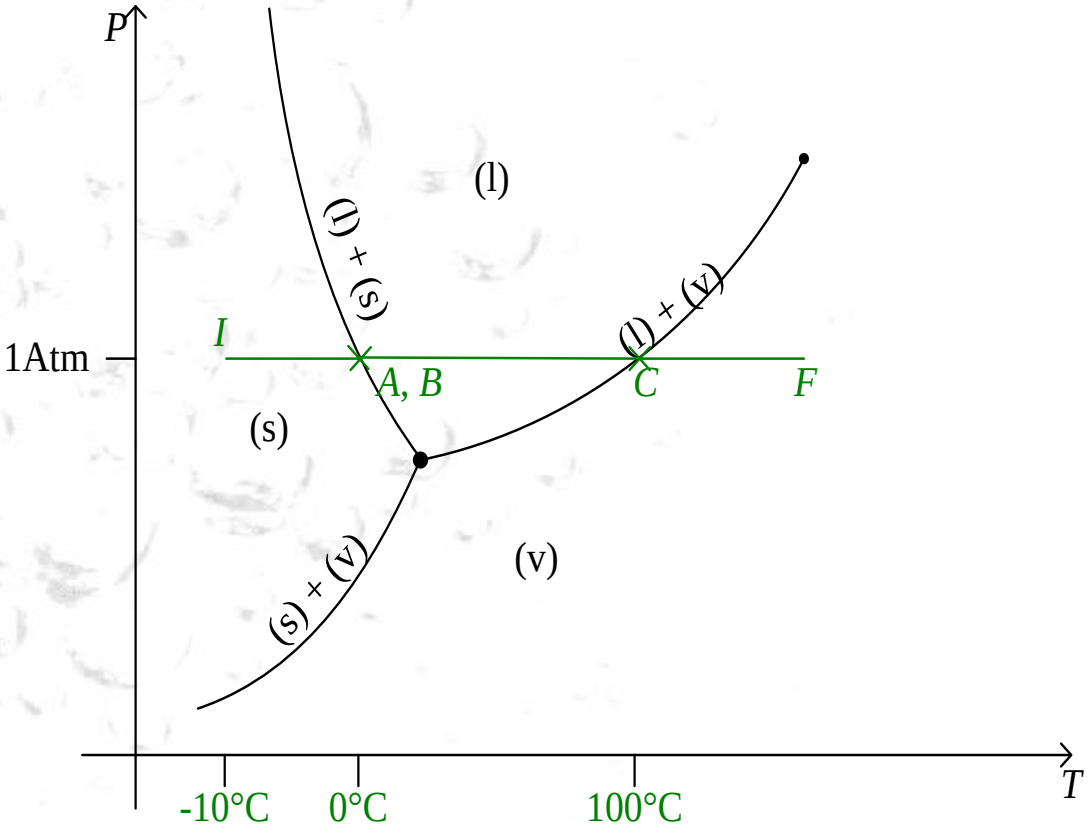
A–B **:** changement d'état à *P*, *T* constantes

B–C **:** *T* augmente, l'eau est en phase liquide

C **:** changement d'état à *P*, *T* constantes

C–F **:** *T* augmente, l'eau est en phase gazeuse

Si , le changement d'état est (s)-(v), il n'y a pas de phase liquide stable sous cette pression.



Caractéristiques physiques des écoulements diphasiques

Changement de phase

- **Transfert de masse :** la coexistence spatiale de plusieurs phases dépend des caractéristiques thermodynamiques du problème (P,T). Lorsque l'on passe de l'état liquide à l'état vapeur, il y a **transfert de masse** au travers de l'interface liquide-vapeur. Dans le cas du changement de phase liquide-solide, le transfert de masse est en général faible, conséquence de la faible variation de la masse volumique entre les 2 états.

- **Vitesse d'interface :** lorsqu'une interface fluide est mise en mouvement, celle-ci se déplace à vitesse locale du fluide dans sa direction normale locale. Par contre, en présence de changement de phase, la vitesse de l'interface liquide-solide ou liquide-gaz est différente de celle du ou des fluides, en autre à cause de la chaleur latente et du transfert de masse.

- **Point triple :** Le **point triple** est en thermodynamique un point du diagramme de phase qui correspond à la coexistence de trois états liquide, solide, gazeux d'un corps pur. Il est unique et s'observe seulement à une température et une pression données.

Caractéristiques physiques des écoulements diphasiques

Similitude et analyse dimensionnelle

- **Toutes les relations (équations) entre grandeurs physiques sont adimensionnellement homogènes, c'est-à-dire invariantes quel que soit le système d'unités fondamentales choisi. On définit ainsi des grandeurs sans dimension dites « paramètres de similitude ».**

- **L'emploi de paramètres sans dimension pour représenter les données de l'expérience ou les résultats de simulation présente l'avantage de simplifier la présentation des résultats, tout en réduisant l'importance de l'expérimentation à effectuer pour étudier un phénomène particulier.**

- **Les paramètres sans dimension permettent aussi de donner une analyse générique, parfois universelle (théorie de Kolmogorov pour la turbulence), de phénomènes physiques, indépendamment des spécificités géométriques ou des propriétés des fluides.**

Caractéristiques physiques des écoulements diphasiques

Similitude et analyse dimensionnelle

• **Analyse dimensionnelle** : dans la relation précédente, seulement deux paramètres interviennent, le Reynolds et l'expression $R/(mV_0D)$. Pour déterminer la forme de la fonction Φ, il suffira de faire varier le nombre de Reynolds, ce qui pourra être obtenu par une simple variation de vitesse.

L'analyse dimensionnelle repose sur le théorème de Vashy-Buckingham. D'une manière générale pour un phénomène physique quelconque, la forme générale de la relation donnant une grandeur q_1 peut être écrite :

$$q_1 = g(q_2, q_3, ..., q_n)$$

En supposant la grandeur q1 fonction de n-1 paramètres indépendants q_2, …, q_n. On peut donc écrire de façon équivalente

$$f(q_1, q_2, q_3, ..., q_n) = 0$$

Le théorème de Vashy-Buckingham établi que partant d'une telle relation, il est possible de grouper les n paramètres en n-k produits indépendants sans dimension, formés par combinaison, avec des exposants convenables, de k grandeurs choisies parmi les n, successivement avec chacune des n-k restantes.

Caractéristiques physiques des écoulements diphasiques

Similitude et analyse dimensionnelle

• **Analyse dimensionnelle** : le nombre k est en général le nombre minimal d'unités fondamentales nécessaires pour définir les dimensions des paramètres q_1, … , q_n. Par exemple, k=3 si les grandeurs fondamentales nécessaires se limitent à la masse, le temps et une longueur. La valeur de k=4 si la température intervenait.

D'après le théorème de Vashy-Buckingham, l'équation initiale est donc équivalente à une équation du type

$$\Psi(\Pi_1, \Pi_2, ..., \Pi_{n-k}) = 0$$

Où l'expérience fournira la forme de la fonction Ψ.

L'application du théorème de Vashy-Buckingham comportera donc les étapes suivantes

Etablir la liste de toutes les grandeurs physiques q qui interviennent dans le phénomène étudié et préciser les unités fondamentales correspondantes. Le nombre de ces dimensions est appelé k.

Ecrire les équations dimensionnelles des n grandeurs q.

Caractéristiques physiques des écoulements diphasiques

Similitude et analyse dimensionnelle

Ecoulements diphasiques isothermes

- **Grandeurs fondamentales :**

[M]	Masse	kg	[T]	Temps	s	[L]	dimension	m

- **Paramètres d'influence :**

ρ	masse volumique	μ	viscosité
V_0	vitesse de référence	D_0	dimension caractéristique
g	gravité	c	vitesse du son
R	force d'interaction	σ	tension superficielle

Caractéristiques physiques des écoulements diphasiques

Similitude et analyse dimensionnelle

Ecoulements diphasiques isothermes

- **Nombres sans dimension :**

Reynolds, Froude, Mach, Weber, Ohnesorge, Capillaire, Laplace, Bond, Archimède, Stokes

Démo au tableau par

Analyse dimensionnelle (Vashy-Buckingham)

Similitude (équations de Navier-Stokes)

Caractéristiques physiques des écoulements diphasiques

Similitude et analyse dimensionnelle

Ecoulements diphasiques isothermes

3 grandeurs fondamentales, 8 paramètres d'influence

Paramètres d'influence	Symbole	Unité S.I.	Equation aux dimensions
Masse volumique du fluide	ρ	Kg/m^3	ML^{-3}
Viscosité dynamique du fluide	μ	Pa.s	$ML^{-1}T^{-1}$
Gravité	g	m/s^2	LT^{-2}
Vitesse du fluide	V_0	m/s	LT^{-1}
Diamètre de la goutte	D_0	m	L
Vitesse du son	c	m/s	LT^{-1}
Tension superficielle	σ	N/m	MT^{-2}
Force d'interaction	R	N	MLT^{-2}

Caractéristiques physiques des écoulements diphasiques

Similitude et analyse dimensionnelle

Ecoulements diphasiques anisothermes

- **Grandeurs fondamentales :**

[M]	Masse	kg	[T]	Temps	s
[L]	Dimension	m	[θ]	Température	K

- **Paramètres d'influence :**

ρ	masse volumique	μ	viscosité
L	conductivité	C_p	capacité calorifique
V_0	vitesse de référence	D_0	dimension caractéristique
g	gravité	c	vitesse du son
R	force d'interaction	L	chaleur latente
h	coefficient d'échange	ΔT	écart de température

Caractéristiques physiques des écoulements diphasiques

Similitude et analyse dimensionnelle

Ecoulements diphasiques anisothermes

- **Nombres sans dimension :**

Reynolds, Froude, Mach, Weber, Ohnesorge, Capillaire, Laplace, Bond, Archimède, Stokes, Prandtl, Nusselt, Peclet, Stephan

Démo au tableau par

Analyse dimensionnelle (Vashy-Buckingham)

Similitude (équations de Navier-Stokes)

Caractéristiques physiques des écoulements diphasiques

Similitude et analyse dimensionnelle

Ecoulements diphasiques anisothermes

4 grandeurs fondamentales, 13 paramètres d'influence

Paramètres d'influence	Symbole	Unité S.I.	Equation aux dimensions
Masse volumique du fluide	ρ	Kg/m^3	ML^{-3}
Viscosité dynamique du fluide	μ	Pa.s	$ML^{-1}T^{-1}$
Gravité	g	m/s^2	LT^{-2}
Vitesse du fluide	V_0	m/s	LT^{-1}
Diamètre de la goutte	D_0	m	L
Vitesse du son	c	m/s	LT^{-1}
Tension superficielle	σ	N/m	MT^{-2}
Force d'interaction	R	N	MLT^{-2}
Capacité calorifique	C_p	J/kg.K	$L^2T^{-2}\theta^{-1}$
Conductivité	λ	W/m.K	$MLT^{-3}\theta^{-1}$
Chaleur latente	L_h	J/kg	L^2T^{-2}
Ecart de température	ΔT	K	θ
Coefficient d'échange	h	$W/m^2.K$	$MT^{-3}\theta^{-1}$

Caractéristiques physiques des écoulements diphasiques

Similitude et analyse dimensionnelle (bilan)

- **Nombre de Reynolds de l'écoulement :** ce nombre compare l'inertie du fluide à vitesse U_0 , associée à une dimension caractéristique L, aux forces visqueuses. Il s'exprime par

$$\mathrm{Re} = \frac{\rho L U_0}{\mu}$$

- Si **Re<1, on est alors en régime de Stokes** : les effets visqueux sont prédominants et l'inertie est négligeable

- Si **2000>Re>1 (dans une conduite), on est alors en régime inertiel laminaire** : les effets d'inertie et de viscosités sont importants et ne peuvent être négligés.

- Si **Re>2000 (dans une conduite), le régime est turbulent** : les effets d'inertie deviennent prépondérants, l'écoulement devient chaotique et non prédictif.

Caractéristiques physiques des écoulements diphasiques

Similitude et analyse dimensionnelle (bilan)

- **Nombre de Froude :** ce nombre compare la vitesse caractéristique d'un écoulement U_0 à celle de propagation des ondes de gravité à la surface d'un liquide. Ce nombre est comparable au nombre de Mach qui compare la vitesse caractéristique de l'écoulement à la vitesse du son dans le milieu.

$$Fr = \frac{U_0}{\sqrt{gh}}$$

- Si **Fr<1, on est alors en régime fluvial ou sous-critique** : le fluide va moins vite que les ondes de surface. On peut alors se trouver dans une zone comparable aux zones de détentes dans les écoulements compressibles (Ma<1).

- Si **Fr>1, on est alors en régime torrentiel ou super-critique** : le fluide va plus vite que les ondes de surface. On peut alors se trouver dans une zone comparable aux zones de choc dans les écoulements compressibles (Ma<1). Un exemple est le ressaut hydraulique.

Caractéristiques physiques des écoulements diphasiques

Similitude et analyse dimensionnelle (bilan)

• **Nombre de Weber :** ce nombre compare les forces d'inerties et de tension superficielles. Soient L et U0 une dimension et une vitesse caractéristiques de l'écoulement, on a :

$$We = \frac{\rho L U_0^2}{\sigma}$$

• Associé aux grands nombres de Reynolds, les grands We définissent des écoulements diphasiques dans lesquels interviennent des **ruptures fréquentes de portions d'interface**, donnant naissance à des structures secondaires (bulles, gouttes), d'échelles spatiales réduites par rapport à L. Au contraire, les petits We caractérisent les **ondes de capillarité** à la surface des fluides.

• Les grands nombres de Weber sont caractéristiques de faibles effets des forces de tension superficielle comparativement aux forces d'inertie.

Caractéristiques physiques des écoulements diphasiques

Similitude et analyse dimensionnelle (bilan)

• **Nombre de Bond :** ce nombre compare les forces de volume hydrostatiques ou de gravité aux forces de tension superficielles. Soit $\Delta\rho$ le rapport de densité au travers de l'interface et L une dimension caractéristique de cette interface, on a alors :

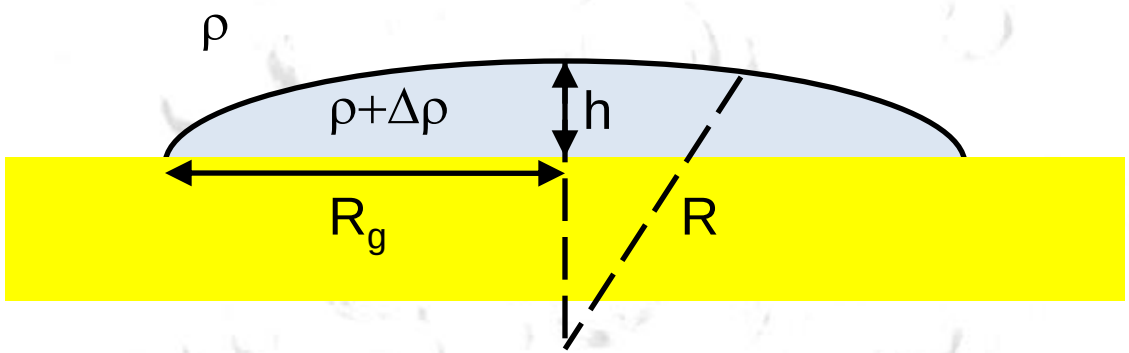
$$Bo = \frac{\Delta\rho g L^2}{\sigma}$$

• A partir du Bond, on définit une longueur caractéristique, appelée **longueur capillaire l_c**, telle que l'on ai l'équilibre entre les force de pression hydrostatiques et celles de tension superficielles, soit Bo=1. Ainsi, on obtient :

$$l_c = \sqrt{\frac{\sigma}{\Delta\rho g}}$$

Caractéristiques physiques des écoulements diphasiques

Similitude et analyse dimensionnelle



- **Nombre de Bond :** démontrons la valeur du nombre de Bond pour une calotte sphérique posée sur une surface.

$$\Delta p_{cap} = \frac{2\sigma}{R}$$

$$\Delta p_{grav} = \Delta\rho g h$$

$$R_g = 2Rh$$

$$Bo = \frac{\Delta p_{grav}}{\Delta p_{cap}} = \frac{\Delta\rho g h}{\frac{2\sigma}{R}} \approx \frac{\Delta\rho g R_g^2}{\sigma} = \frac{\Delta\rho g L^2}{\sigma}$$

Caractéristiques physiques des écoulements diphasiques

Similitude et analyse dimensionnelle

- **Nombre d'Ohnesorge :** ce nombre compare la dissipation visqueuse par rapport aux forces de tension superficielle. On a :

$$Oh = \frac{\mu}{\sqrt{\rho \sigma L}}$$

- De faibles nombres d'Ohnesorge caractérisent la prédominance des effets de tension superficielle par rapport à l'atténuation des ondes de surface par dissipation visqueuse.

- On peut calculer le nombre d'Ohnesorge en fonction du Re et du Weber comme suit :

$$Oh = \frac{We^{1/2}}{\mathrm{Re}}$$

Caractéristiques physiques des écoulements diphasiques

Similitude et analyse dimensionnelle

- **Nombre de Stokes :** ce nombre compare le temps de réponse d'une particule au temps caractéristique de l'écoulement :

$$St = \frac{8\rho_p}{3\rho_f C_D} \qquad C_D = \begin{cases} \dfrac{24}{\mathrm{Re}}\left(1+0.15\,\mathrm{Re}^{0.687}\right) \text{ si } \mathrm{Re}_p < 1000 \\ 0.44 \text{ si } \mathrm{Re}_p > 1000 \end{cases}$$

$$St \approx \begin{cases} \dfrac{\rho_p}{9\rho_f}\mathrm{Re}_\mathrm{p} \text{ si } \mathrm{Re}_p < 1000 \\ \dfrac{6\rho_p}{\rho_f} \text{ si } \mathrm{Re}_p > 1000 \end{cases}$$

Caractéristiques physiques des écoulements diphasiques

Similitude et analyse dimensionnelle

- **Nombre d'Archimède :** ce nombre compare les effets d'Archimède pour une particule de diamètre D_p à la dissipation visqueuse :

$$Ar = \frac{\rho_f \left(\rho_p - \rho\right) g D_p^3}{\mu^2}$$